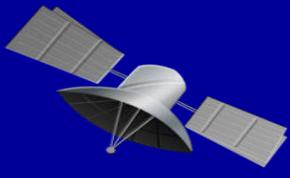


第三节 卫星运动的基础知识及 GPS卫星的坐标计算

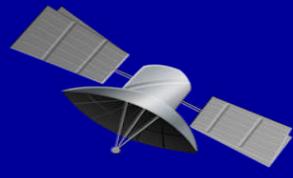
长安大学地质工程与测绘学院

主讲教师：张双成

主要讲解内容



1. 人造卫星的补充知识
2. 二体问题意义下卫星的运动方程
3. 开普勒定律和卫星运动的轨道参数
4. 卫星瞬时位置的计算
5. 人造地球卫星的受摄运动

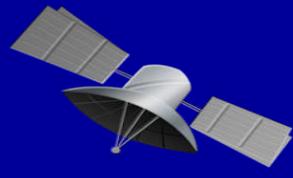


1、人造卫星的补充知识

人造卫星的分类及其特点：

按卫星用途分：**科学卫星、技术试验卫星和应用卫星（军用卫星、民用卫星、商用卫星以及军民两用卫星）。**

按轨道高度分：**低轨道卫星的轨道高度为200~2000千米；中高轨道卫星的轨道高度为2000~20000多千米；地球静止轨道卫星（高轨卫星）的轨道高度为35786千米，位于赤道上空。**



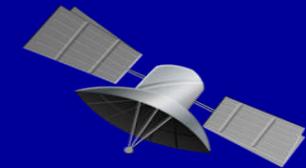
1、人造卫星的补充知识

人造卫星的特点：

虽然人造地球卫星的种类繁多，用途各异，但均具有以下特点：

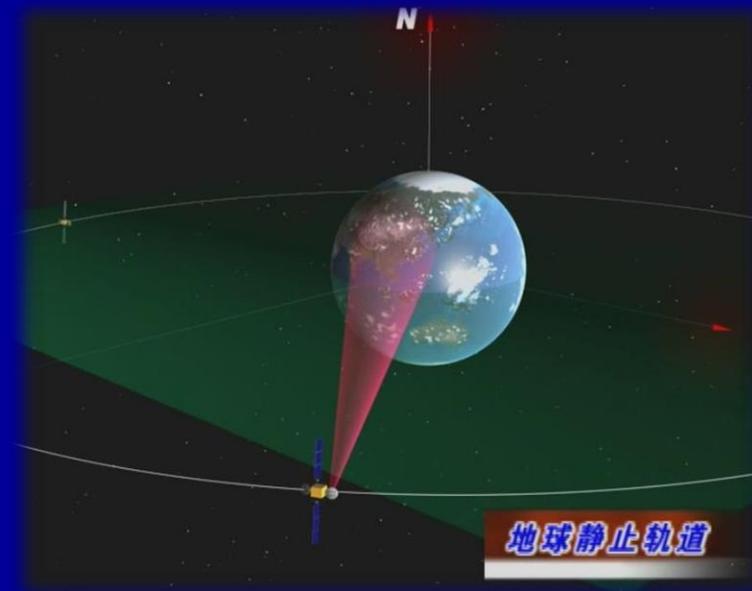
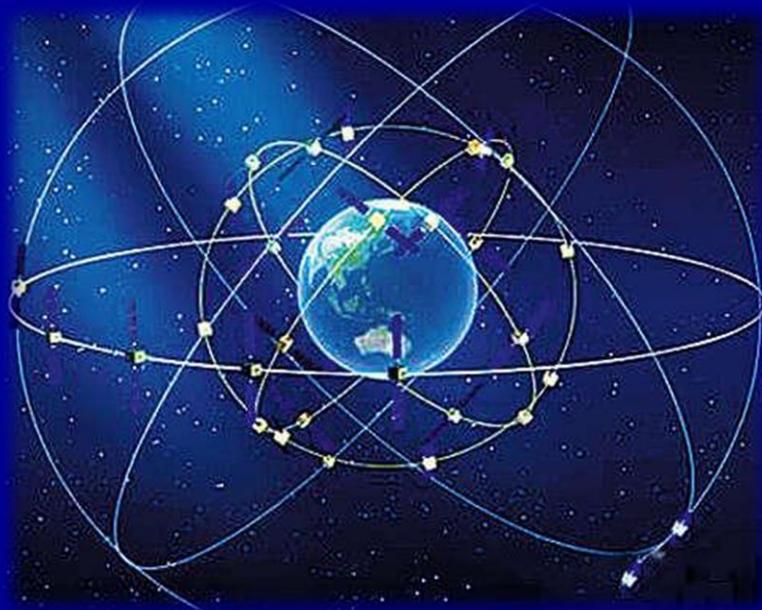
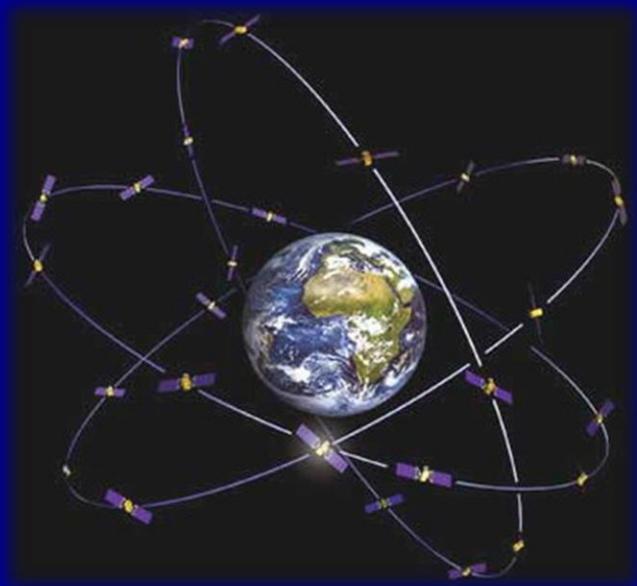
- 卫星的飞行都要遵循开普勒三大定律。
- 卫星都需要由运载火箭或航天飞机发射到太空，以获得必需的环绕速度，环绕地球飞行。
- 尽管卫星的用途不同，但是它们都是由公用系统和专用系统两大部分组成。公用系统是每个卫星都必须具备的系统，它包括结构系统、热控制系统、姿态和轨道控制系统、数据管理系统、无线电测控系统、电源系统等。专用系统则是每种卫星特有的，因任务不同而异，我们常把这些用于完成特定任务的系统称为“有效载荷”。

1、人造卫星的补充知识

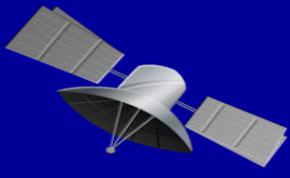


全球导航卫星MEO/IGSO/GEO:

卫星运动的基本力源为地球引力, 卫星运动方程来源于万有引力定律, 卫星无摄运动遵守开普勒定律, 星座的设计主要考虑的是无摄力情况下的理想运动。全球导航卫星的轨道类型基本可以分为MEO、IGSO和GEO三种。

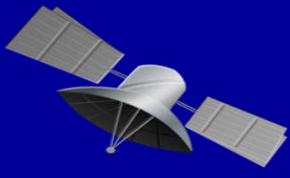


主要讲解内容



1. 人造卫星的补充知识
2. 二体问题意义下卫星的运动方程
3. 开普勒定律和卫星运动的轨道参数
4. 卫星瞬时位置的计算
5. 人造地球卫星的受摄运动

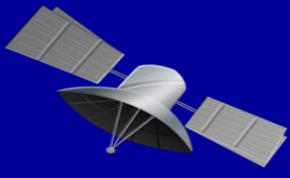
2、二体问题意义下卫星的运动方程



卫星轨道在GPS定位中的意义：

卫星在空间运行的轨迹称为轨道，描述卫星轨道位置和状态的参数称为轨道参数。由于利用GPS进行导航和测量时，卫星作为位置已知的高空观测目标。在进行绝对定位时，卫星轨道误差将直接影响用户接收机位置的精度；而在相对定位时，尽管卫星轨道误差的影响将会减弱，但当基线较长或精度要求较高时，轨道误差影响不可忽略。此外，为了制订GPS测量的观测计划和便于捕获卫星发射的信号，也需要知道卫星的轨道参数。

2、二体问题意义下卫星的运动方程

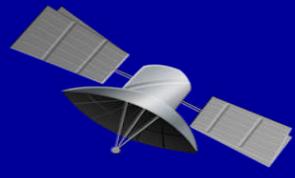


影响卫星轨道的因素及其研究方法：

卫星在空间绕地球运行时，除了受地球重力场的引力作用外，还受到太阳、月亮和其它天体的引力影响，以及太阳光压、大气阻力和地球潮汐力等因素影响。卫星实际运行轨道十分复杂，难以用简单而精确的数学模型加以描述。

在各种作用力对卫星运行轨道的影响中，地球引力场的影响为主，其它作用力的影响相对要小的多。若假设地球引力场的影响为1，其它引力场的影响均小于 10^{-5} 。

2、二体问题意义下卫星的运动方程



卫星的无摄运动：

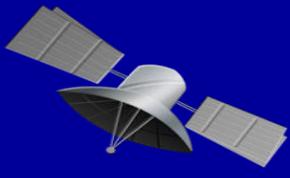
卫星发射升至预定高度后，开始绕地球运行。假设地球为均质球体，根据万有引力定律，卫星的引力加速度为：

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{G(M + m_s)}{r^3} \mathbf{r}$$

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{G(M + m)}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

G 为引力常数， M 为地球质量， m_s 为卫星质量， r 为卫星的地心向径。根据上式来研究地球和卫星之间的相对运动问题，在天体力学中称为二体问题。引力加速度决定了卫星绕地球运动的基本规律。卫星在上述地球引力场中的无摄运动，也称开普勒运动，其规律可通过开普勒定律来描述。

2、二体问题意义下卫星的运动方程



卫星运动的基本概念：

假如地球是一质量分布均匀的球体，因此地球的引力就等效于一个质点的引力。地球可视为质量全部集中在其质心的质点，卫星当然同样可以看作是质量集中的质点。

研究两个质点在万有引力作用下的相对运动问题，在天体力学中称为二体问题。

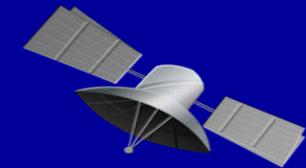
在二体问题意义下，地球人造卫星的轨道运动，称为正常轨道运动。

卫星轨道：卫星在空间绕地球飞行时的运行轨迹。

无摄运动：仅仅考虑地球的质心引力对卫星的引力作用来研究卫星的运动。

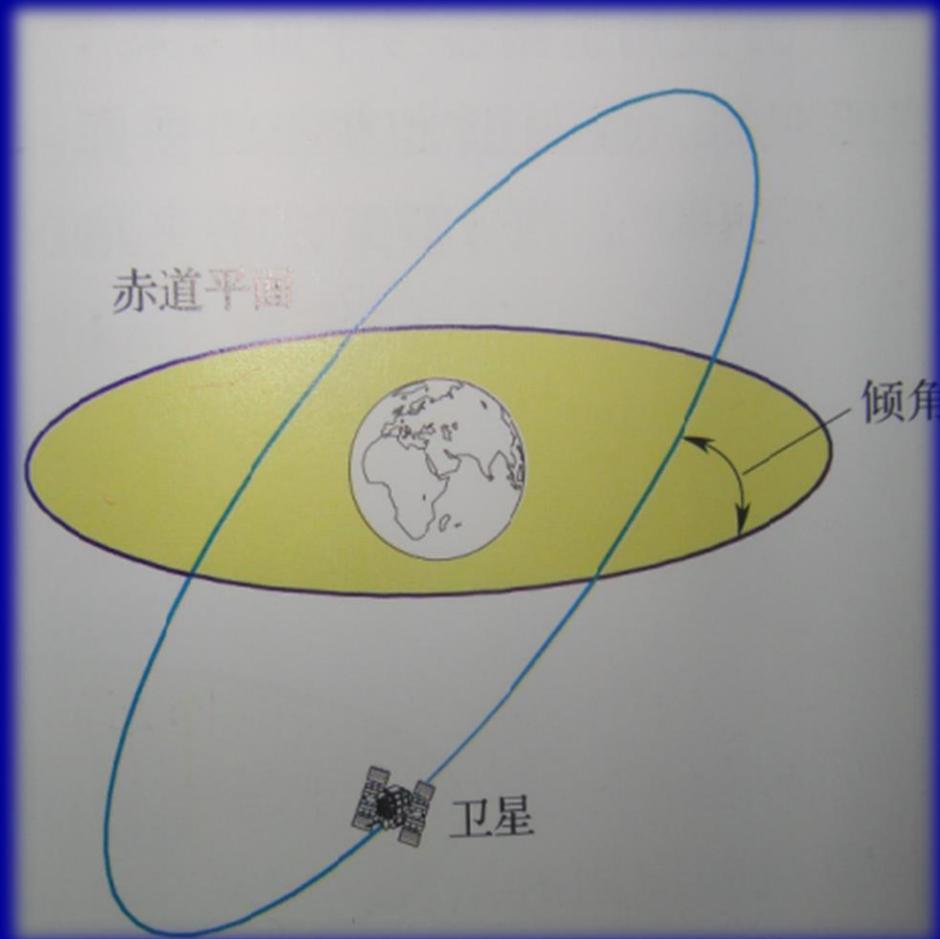
受摄运动：卫星在各种引力作用下的运动，或卫星在摄动力下的运动。

2、二体问题意义下卫星的运动方程

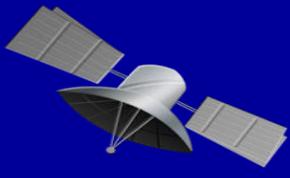


卫星的正常轨道：

- 卫星轨道是如何确定的？
- 卫星轨道是什么形状？
- 卫星如何沿着轨道运动？
- 导航卫星的星座如何设计？
- MEO/GEO/IGSO的作用？
- 如何计算卫星位置？
-



2、二体问题意义下卫星的运动方程



卫星的二体运动：

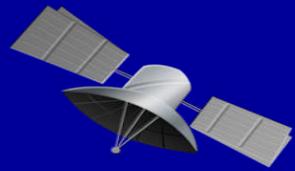
二体运动是一种理想状态下的卫星运动：

- (1) 视地球为一理想的均质球体
- (2) 在一理想的引力场中的运动（地球与卫星之间）

卫星受地球的引力为：

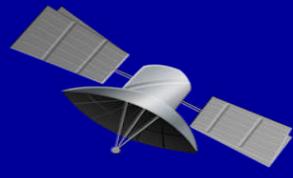
$$\vec{F}_s = -\frac{GMm}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

主要讲解内容



1. 人造卫星的补充知识
2. 二体问题意义下卫星的运动方程
- 3. 开普勒定律和卫星运动的轨道参数**
4. 卫星瞬时位置的计算
5. 人造地球卫星的受摄运动

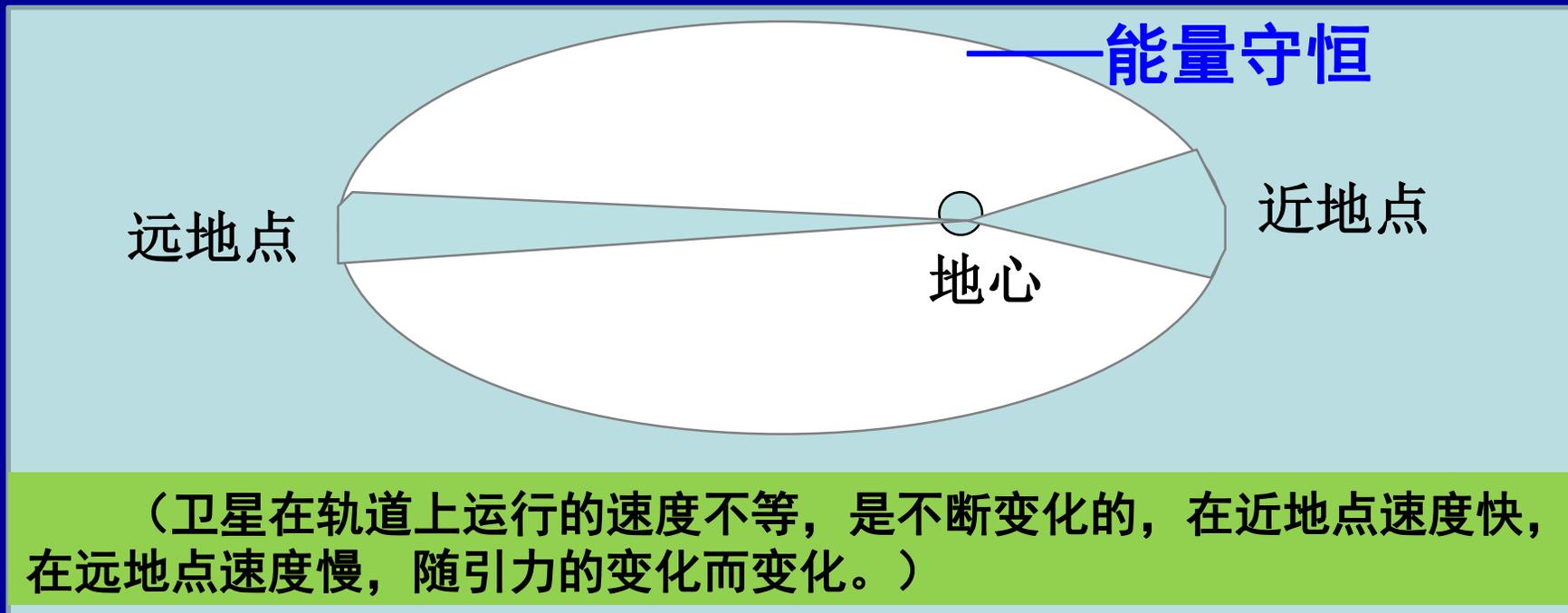
3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



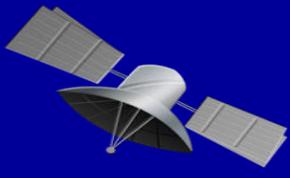
开普勒第一定律：

卫星在通过地球质心的**平面内运动**，其向径扫过的面积与所经历的时间成正比。

$$\frac{1}{2}m_s V_s^2 (\text{动能}) - \frac{GMm_s}{r} (\text{位能}) = \text{常量}$$



3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



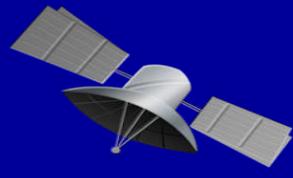
开普勒第一定律：

将上述微分方程组进行线性组合，可得：

$$AX + BY + CZ = 0$$

上式为一通过原点的平面方程，它是前述微分方程组的通解。这就证明了，在二体问题意义下，卫星在通过地球质心的平面内运动。式中，A、B、C为三个积分常数，显然，积分常数A、B、C是卫星轨道平面方程的三个方向数。

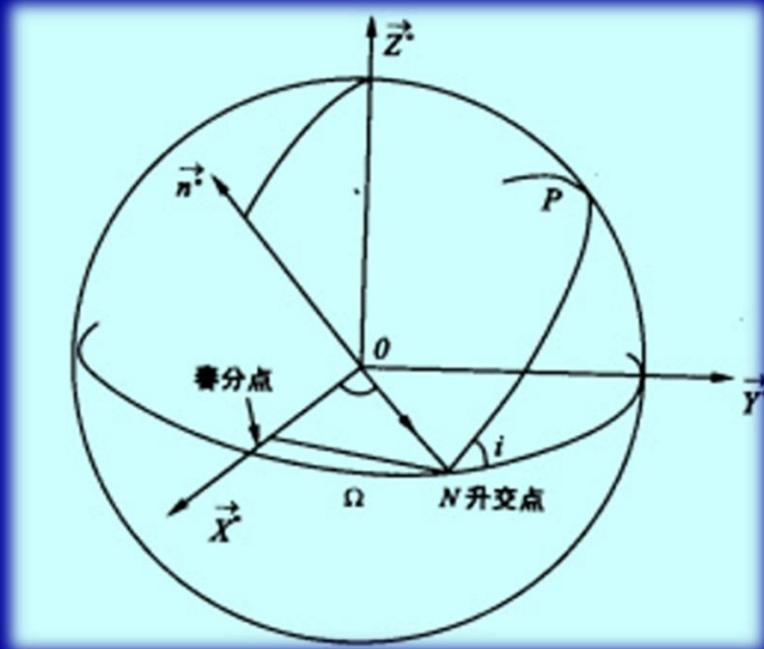
3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



开普勒第一定律：

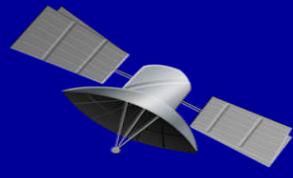
i 是地球人造卫星的轨道平面和天球赤道面的交角，称为轨道平面倾角。

N 为卫星由南半球运行至北半球时，卫星与天球赤道的交点，称为升交点。 Ω 为春分点至升交点的角距，称为升交点赤经。



轨道平面倾角 i 和升交点赤经 Ω 合称为**轨道平面参数**， i 和 Ω 一经确定，轨道平面在空间的位置也就完全确定了。

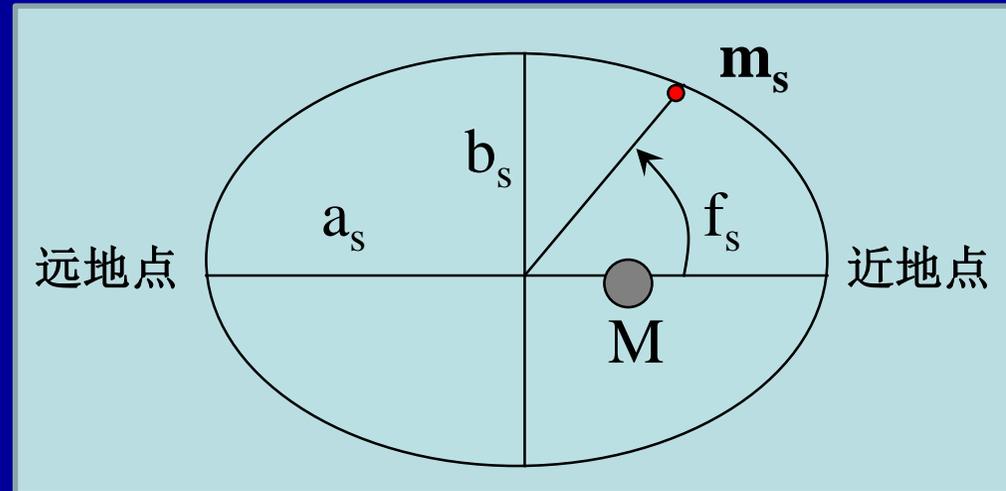
3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



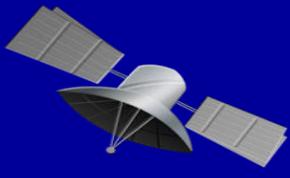
开普勒第二定律：

卫星运行的轨道为一**椭圆**，该椭圆的一个焦点与地球质心重合。此定律阐明了卫星运行轨道的基本形态及其与地心的关系。由万有引力定律可得卫星绕地球质心运动的轨道方程。 r 为卫星的地心距离， a_s 为开普勒椭圆的长半径， e_s 为开普勒椭圆的偏心率； f_s 为真近点角，它描述了任意时刻卫星在轨道上相对近地点的位置，是时间的函数。

$$r = \frac{a_s (1 - e_s^2)}{1 + e_s \cos f_s}$$



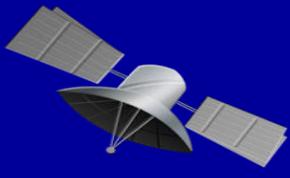
3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



开普勒第二定律：

- ◆ 由于 $f_s = \theta - \omega_s$ 为由近地点起算的极角，故称之为真近点角。
 - ◆ 当卫星运动至近地点时，显然有 $f_s = \theta_0 - \omega_s = 0$ ，即 $\omega = \theta_0$ 为近地点至升交点的角距，称为近升角距。
 - ◆ 椭圆的长半径 a_s 及其偏心率 e_s 称为轨道椭圆形状参数，而近升角距 ω 则称为轨道椭圆定向参数。
- a_s 、 e_s 、 ω ，再加上轨道平面参数 i 和 Ω ，我们总共确定了5个轨道参数。最后一个轨道参数，将由开普勒第三定律给出。

3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



开普勒第三定律：

卫星运行周期的平方与轨道椭圆长半径的立方之比为一常量。

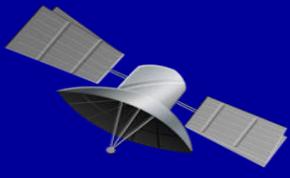
$$\frac{T_s^2}{a_s^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

假设卫星运动的平均角速度为 n ，则 $n=2\pi/T_s$ ，可得

$$n = \left(\frac{GM}{a_s^3} \right)^{1/2}$$

当开普勒椭圆的长半径确定后，卫星运行的平均角速度也随之确定，且保持不变。

3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



开普勒第三定律：

开普勒第三定律已被证明，但欲求出卫星运动方程的第6个积分常数，也就是第6个轨道参数，尚需进一步研究卫星的运动速度。描述卫星运动速度的公式公式：

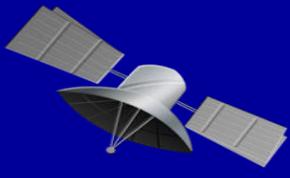
$$v^2 = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

$$E - e \sin E = n(t - \tau)$$

式中：E称为偏近点角； τ 则是积分常数。如果偏近点角E=0，则由上式可看出这时的卫星恰好运行至近地点。并且当E=0时，显然有 $t = \tau$ ，即 τ 是卫星通过近地点的时刻，称为卫星通过近地点的时刻参数。

至此，二体问题意义下，地球人造卫星运动的6个轨道参数至此已全部求得。

3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



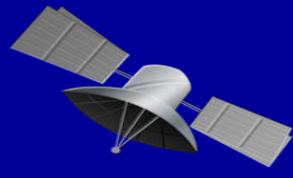
无摄卫星轨道的描述：

由开普勒定律可知，卫星运动的轨道是通过地心平面上的一个椭圆，且椭圆的一个焦点与地心相重合。确定椭圆的形状和大小至少需要两个参数，即椭圆的长半径 a_s 及其偏心率 e_s (或椭圆的短半径 b_s)。另外，为确定任意时刻卫星在轨道上的位置，需要一个参数，一般取真近点角 f_s 或 τ 。

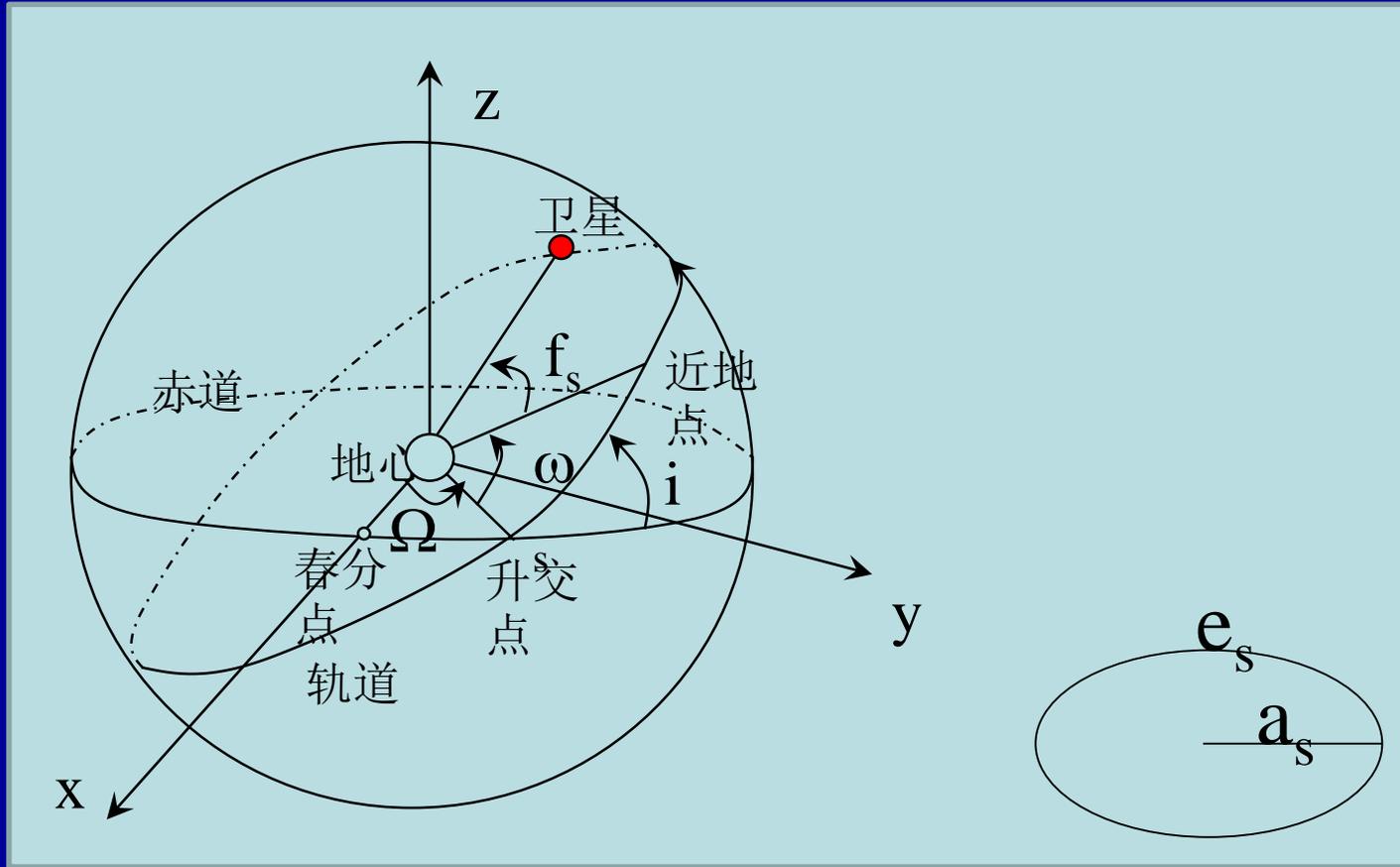
参数 a_s 、 e_s 、 f_s 唯一地确定了卫星轨道的形状、大小以及卫星在轨道上的瞬时位置， Ω 、 i 确定了卫星轨道平面与地球体的相对位置，但卫星轨道平面与地球体的方向还无法确定，尚需另外一个参数，即：近地点角距（或近升角距） ω_s 。

因此，卫星的无摄运动一般可通过一组适宜的参数来描述，但这组参数的选择并不唯一，其中应用最广泛的一组参数称为开普勒轨道参数或开普勒轨道根数。

3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数

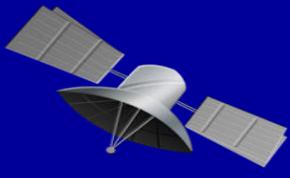


开普勒轨道参数描述:



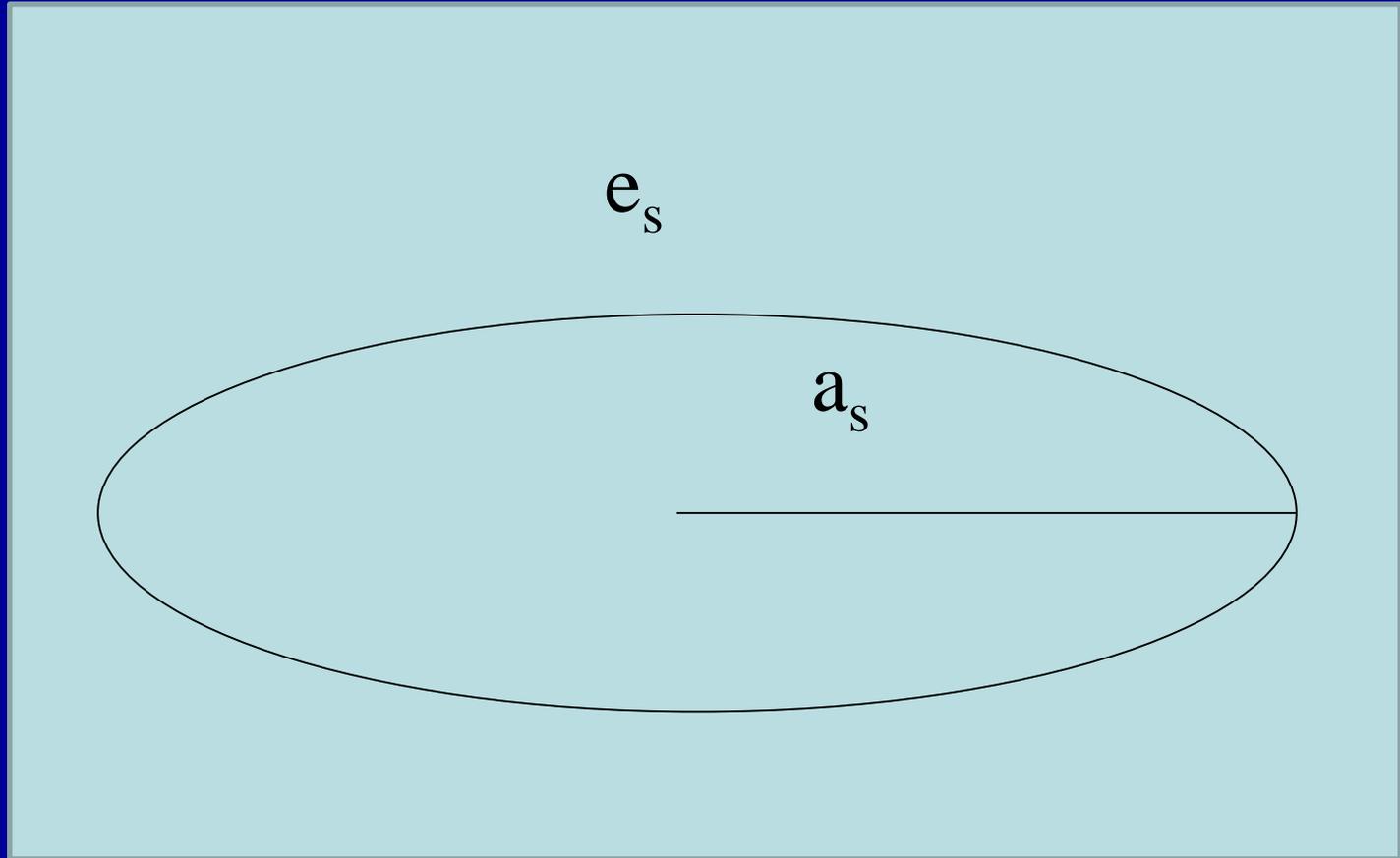
由上述6个参数所构成的坐标系统称为**轨道坐标系**，广泛用于描述卫星运动。

3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数

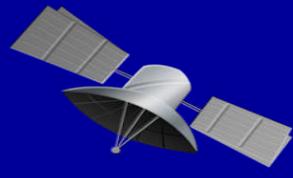


开普勒轨道参数描述：

a_s 为轨道的长半
径， e_s 为轨道椭
圆偏心率，**这两
个参数**确定了开
普勒椭圆的形状
和大小。



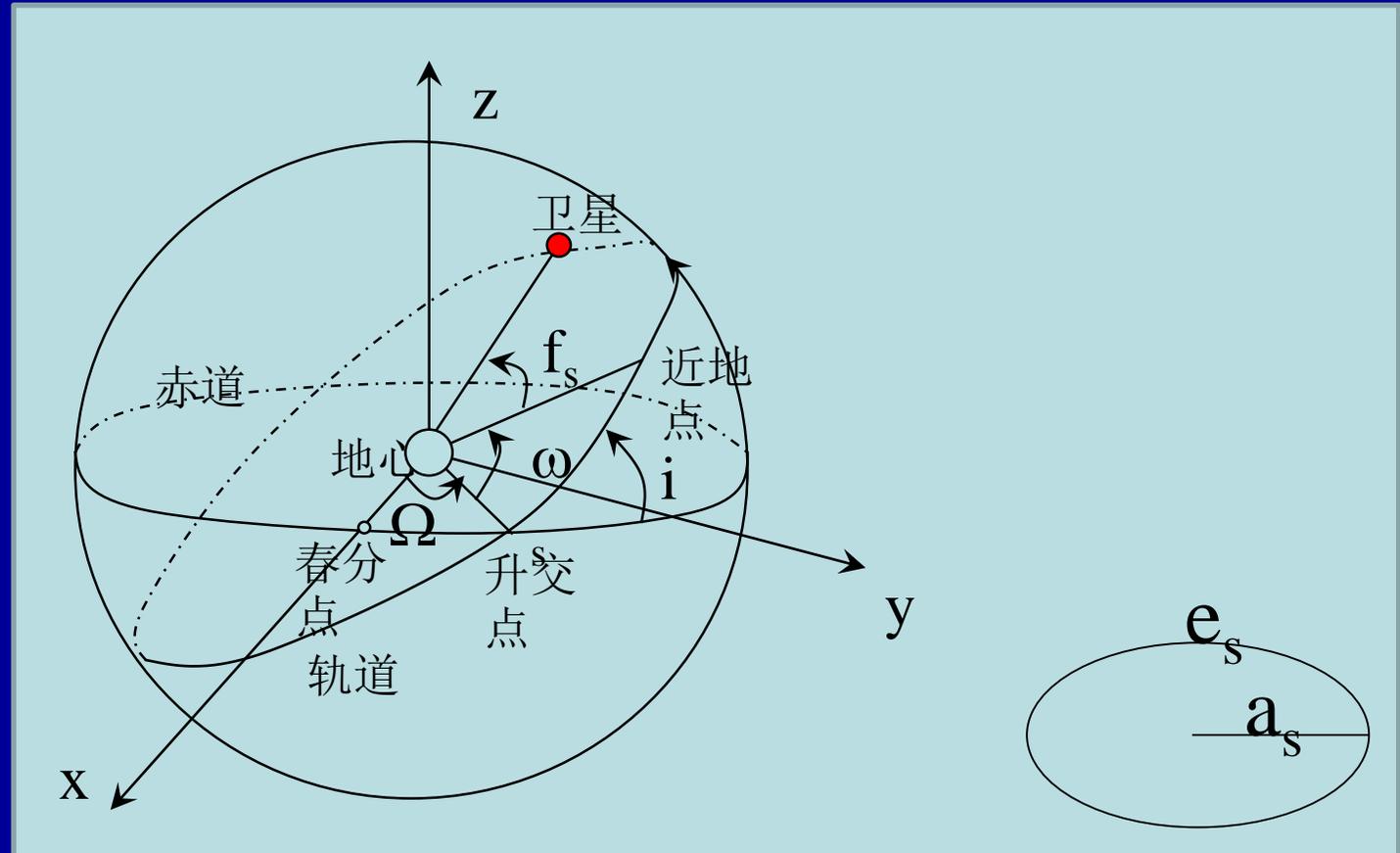
3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数



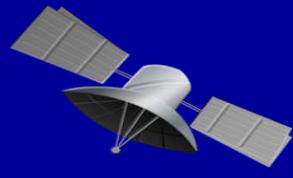
开普勒轨道参数描述:

Ω 为升交点赤经: 即地球赤道面上升交点与春分点之间的地心夹角。

i 为轨道面倾角: 即卫星轨道平面与地球赤道面之间的夹角。这两个参数唯一地确定了卫星轨道平面与地球体之间的相对定向。

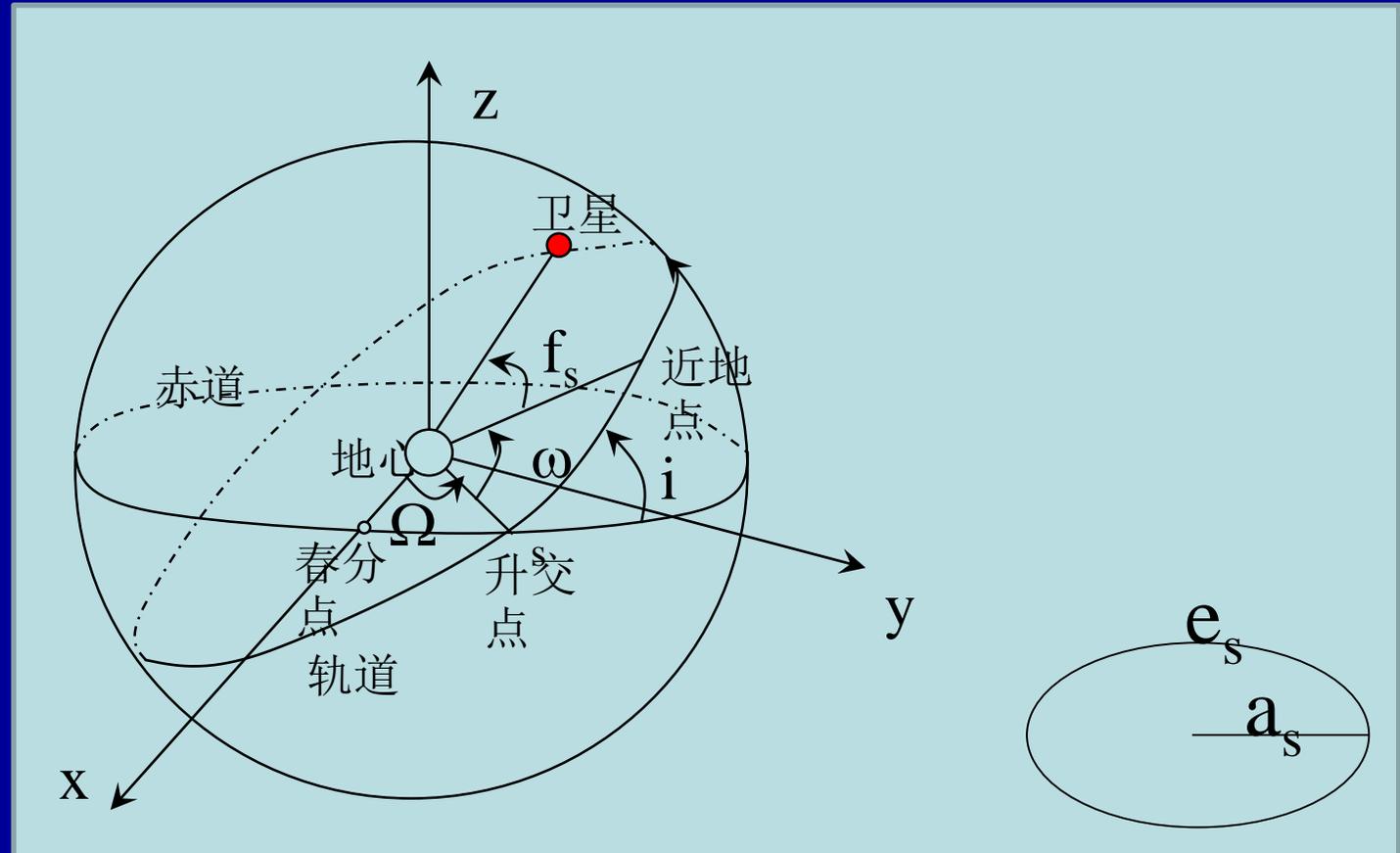


3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数

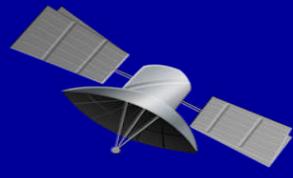


开普勒轨道参数描述：

ω_s 为近地点角距：
即在轨道平面上，升交点与近地点之间的地心夹角，表达了开普勒椭圆在轨道平面上的定向。

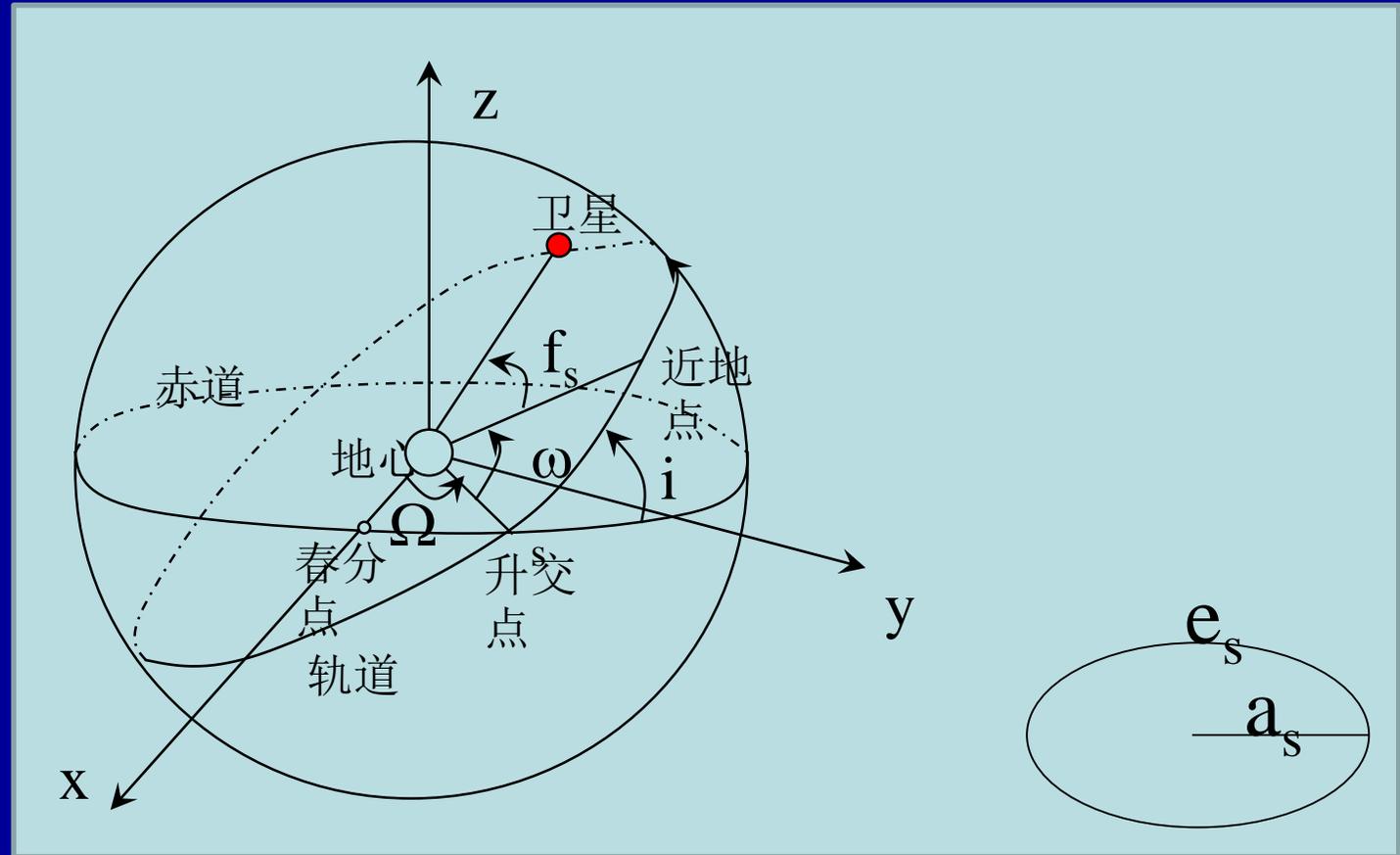


3、开普勒定律和卫星运动的轨道参数

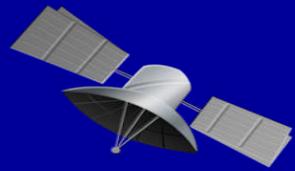


开普勒轨道参数描述:

f_s 为卫星的真近点角：即轨道平面上卫星与近地点之间的地心角距。该参数为时间的函数（ τ —卫星通过近地点的时刻），确定卫星在轨道上的瞬时位置。

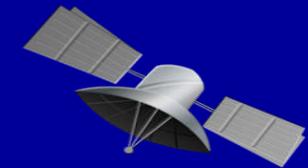


主要讲解内容



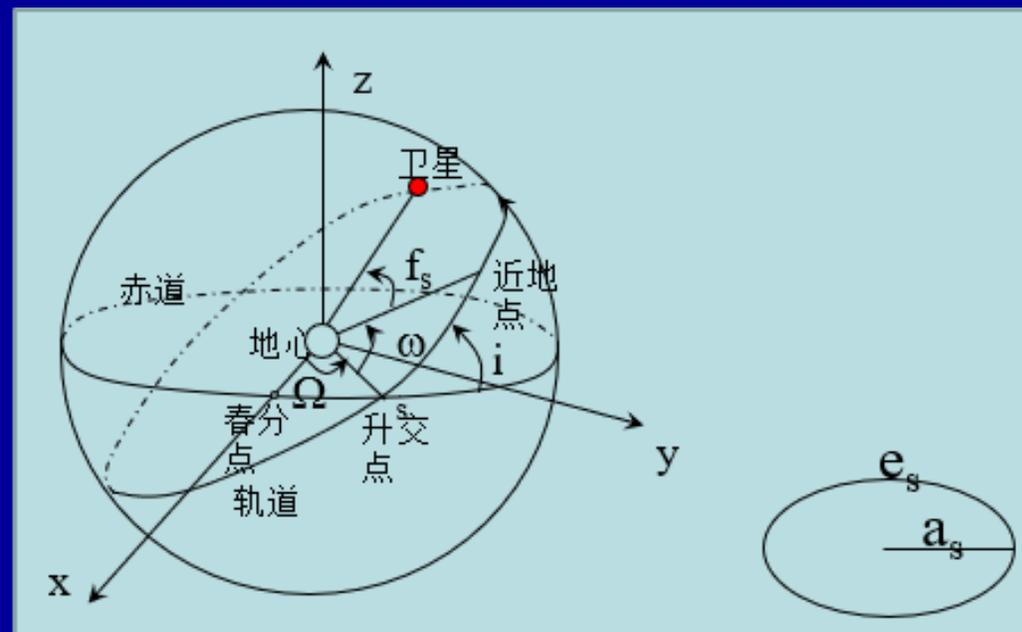
1. 人造卫星的补充知识
2. 二体问题意义下卫星的运动方程
3. 开普勒定律和卫星运动的轨道参数
4. 卫星瞬时位置的计算
5. 人造地球卫星的受摄运动

4、卫星的瞬时位置计算

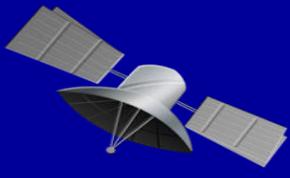


开普勒轨道六参数：

- 1) 轨道平面参数： i 为轨道平面倾角； Ω 为升交点赤经。
- 2) 轨道椭圆形状参数： a_s 为轨道椭圆长半径； e_s 为轨道椭圆离心率。
- 3) 轨道椭圆定向参数： ω_s 为近升角距。
- 4) 时间参数： τ (或 f_s)为卫星通过近地点的时刻。



4、卫星的瞬时位置计算

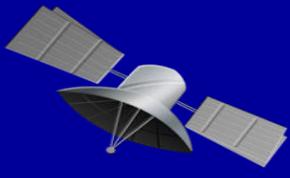


二体运动下的卫星运动状态：

如果已知这6个轨道参数，就惟一地确定了二体问题意义下卫星的运动状态。换句话说，只要已知这6个轨道参数，就可以计算卫星的瞬时位置和瞬时速度。

由这6个轨道参数所构成的坐标系统，称为轨道坐标系统，它广泛用于描述卫星的运动。这6个轨道参数的大小则由卫星的发射条件决定。

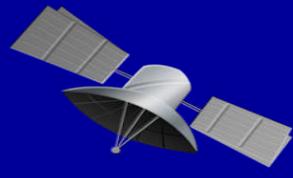
4、卫星的瞬时位置计算



卫星瞬时位置计算流程：

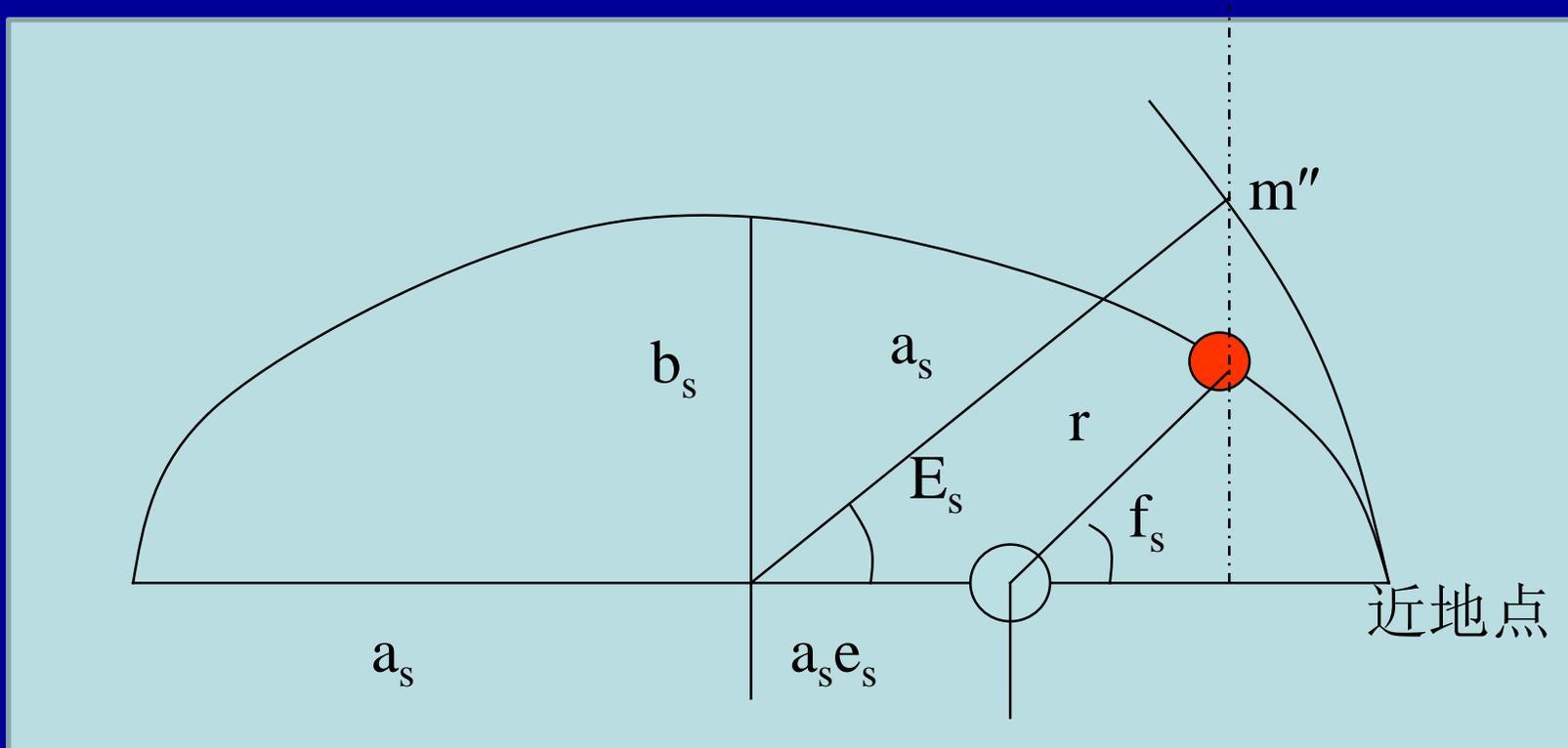
- ① 由已知轨道参数 α , 计算平均角速度 n ;
- ② 由已知轨道参数 τ 和 e 求偏近点角 E ;
- ③ 计算真近点角 f ;
- ④ 根据已知的近升角距 ω 求升交角距 θ ;
- ⑤ 求卫星在轨道平面坐标系中的坐标;
- ⑥ 作旋转变换, 计算卫星在天球坐标系中的瞬时位置;
- ⑦ 作旋转变换, 由天球坐标系转换到地球坐标系。

4、卫星的瞬时位置计算

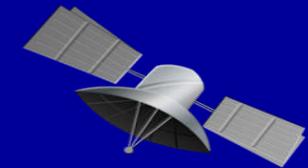


真近点角 f_s 的计算:

在描述卫星无摄运动的6个开普勒轨道参数中，只有真近点角是时间的函数，其余均为常数。故卫星瞬间位置的计算，关键在于计算真近点角。



4、卫星的瞬时位置计算



真近点角 f_s 的计算:

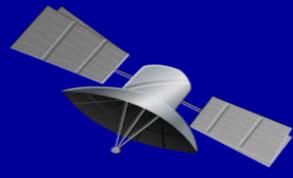
为了计算真近点角, 引入两个辅助参数:

E_s —偏近点角 和 M_s —平近点角。

M_s —是一个假设量, 当卫星运动的平均角速度为 n , 则 $M_s = n (t - t_0)$, t_0 为卫星过近地点的时刻, t 为观测卫星时刻。平近点角与偏近点角间存在如下关系: $E_s = M_s + e_s \sin E_s$ 。由此可得真近点角。

$$\cos f_s = \frac{\cos E_s - e_s}{1 - e_s \cos E_s}$$

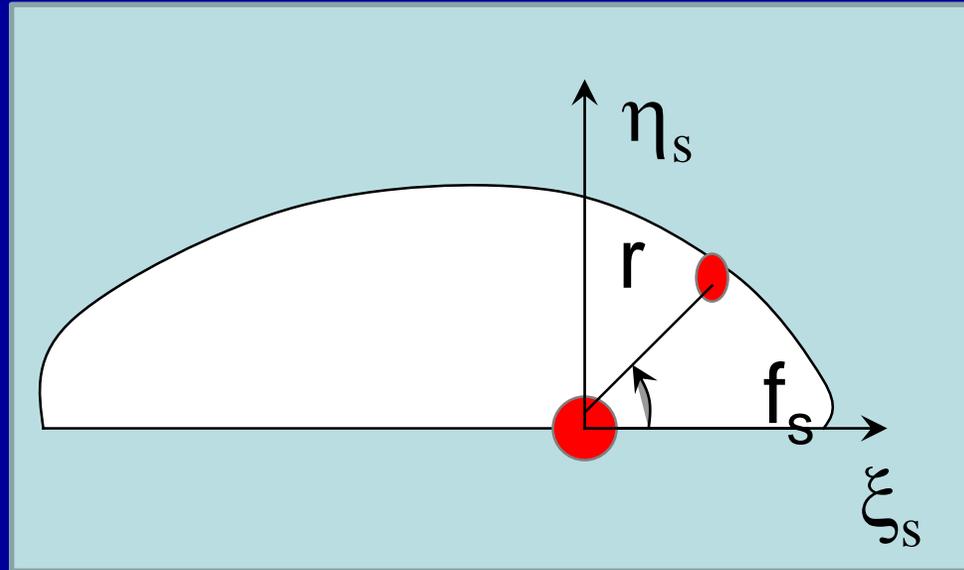
4、卫星的瞬时位置计算



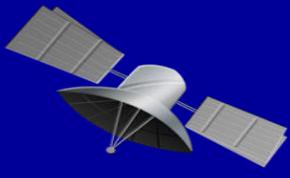
卫星在轨道坐标系中的位置：

取直角坐标系的原点与地球质心相重合， ξ_s 轴指向近地点、 ζ_s 轴垂直于轨道平面向上， η_s 轴在轨道平面上垂直于 ξ_s 轴构成右手系，则卫星在任意时刻的坐标为：

$$\begin{bmatrix} \xi_s \\ \eta_s \\ \zeta_s \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos f_s \\ \sin f_s \\ 0 \end{bmatrix}$$



4、卫星的瞬时位置计算



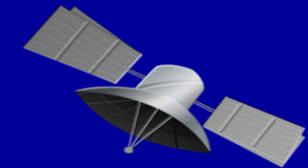
卫星在天球坐标系中的位置：

在轨道平面直角坐标系中只确定了卫星在轨道平面上的位置，而轨道平面与地球体的相对定向尚需由轨道参数 Ω 、 i 和 ω_s 确定。

天球坐标系 (x, y, z) 与轨道坐标系 (ξ_s, η_s, ζ_s) 具有相同的原点，差别在于坐标系的定向不同，为此需将轨道坐标系作如下旋转：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R(-\omega_s) \begin{bmatrix} \xi_s \\ \eta_s \\ \zeta_s \end{bmatrix}$$

4、卫星的瞬时位置计算



轨道坐标系到天球坐标系的变换：

天球坐标系 (x, y, z) 与轨道坐标系 (ξ_s, η_s, ζ_s) 具有相同的原点，差别在于坐标系的定向不同，为此需将轨道坐标系作如下旋转：

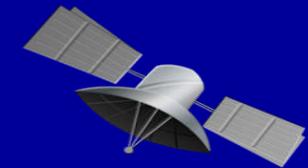
- 绕 ζ_s 轴顺转角度 ω_s ，使 ξ_s 轴的指向由近地点改为升交点。
- 绕 ξ_s 轴顺转角度 i ，使 ζ_s 轴与 z 轴重合。
- 绕 ζ_s 轴顺转角度 Ω ，使 x 轴与 ξ_s 轴重合。

$$R(-\omega_s) = \begin{bmatrix} \cos \omega_s & -\sin \omega_s & 0 \\ \sin \omega_s & \cos \omega_s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_1(-i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{bmatrix}$$

$$R_3(-\Omega) = \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4、卫星的瞬时位置计算



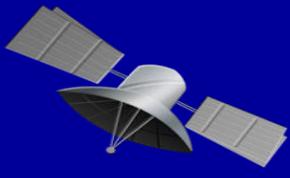
卫星在地球坐标系中的位置：

利用GPS定位时，应使观测卫星和观测站的位置处于统一的坐标系统。由于瞬时地球空间直角坐标系与瞬时天球空间直角坐标系的差别在于x轴的指向不同，若取其间的夹角为春分点的格林尼治恒星时GAST，则在地球坐标系中卫星的瞬时坐标 (X, Y, Z) 与天球坐标系中的瞬时坐标 (x, y, z) 存在如下关系：

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_3(GAST) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

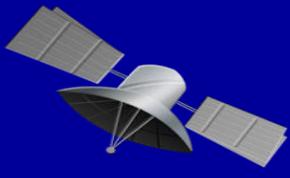
$$R_3(GAST) = \begin{bmatrix} \cos GAST & -\sin GAST & 0 \\ \sin GAST & \cos GAST & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

主要讲解内容



1. 人造卫星的补充知识
2. 二体问题意义下卫星的运动方程
3. 开普勒定律和卫星运动的轨道参数
4. 卫星瞬时位置的计算
5. 人造地球卫星的受摄运动

5、人造地球卫星的受摄运动

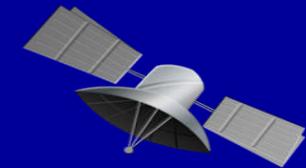


摄运力:

正常轨道: 视地球为一均质球体, 其全部质量集中在质心, 研究在地球质心引力作用下卫星相对地球的运动, 称为卫星运动的正常轨道或开普勒轨道。

摄动力: 除考虑地球的质心引力作用外, 还需顾及卫星运动中所受到的地球非质心引力和其他各种作用力的综合影响, 这些力称为摄动力。

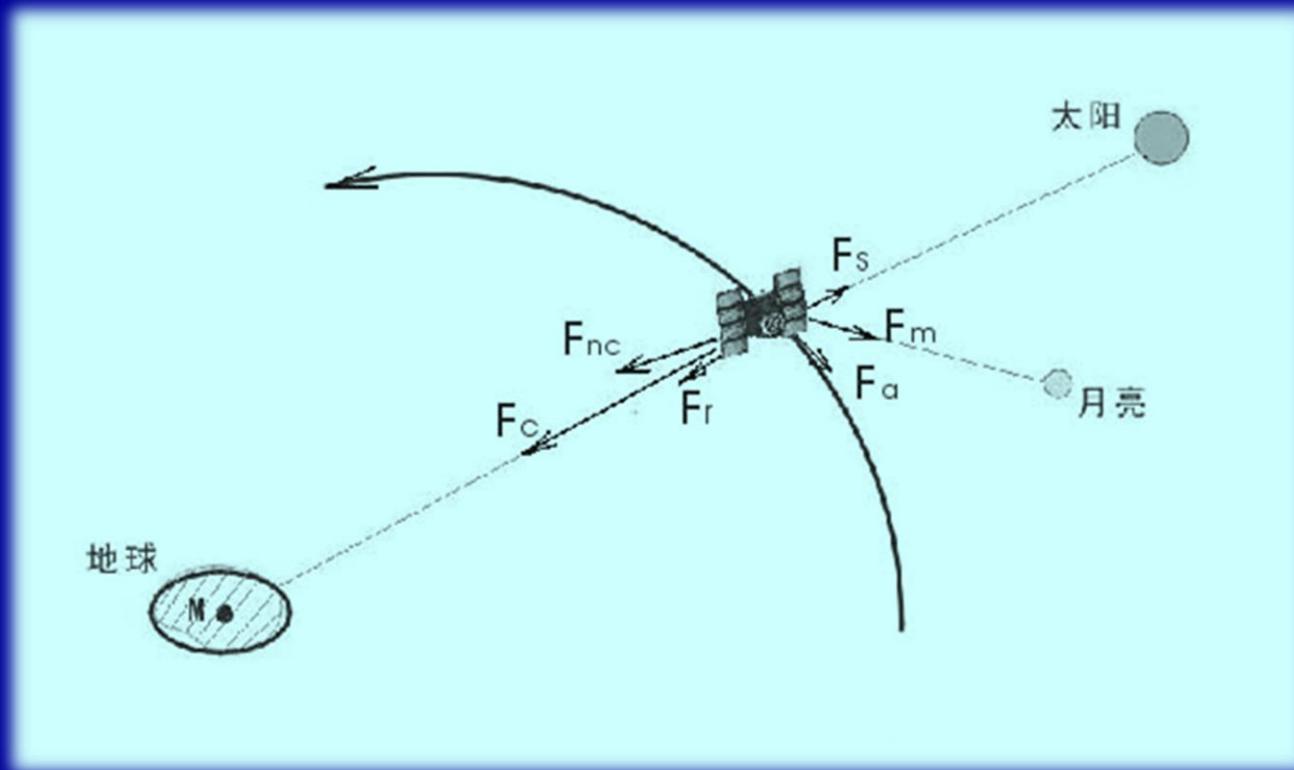
5、人造地球卫星的受摄运动



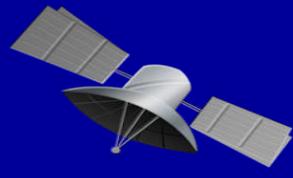
受摄运动：

卫星在地球质心引力和各种摄动力综合影响下的轨道运动，称为卫星的受摄运动。

- 地球的非质心引力
- 太阳的引力
- 月球的引力
- 太阳的光辐射引力
- 大气阻力
- 地球潮汐作用力
-



5、人造地球卫星的受摄运动



受摄运动卫星的轨道参数：

(1) kepler正常轨道6参数：

$$\sqrt{a}, e, i(t_0), \Omega(t_0), \omega, M(t_0)$$

(相当于时间参数 τ)。

(2) 轨道摄动9参数：

Δn — 平近点角速度改正数；

$$\dot{\Omega}$$

— 升交点赤径变化率；

$$\dot{i}$$

— 轨道倾角变化率；

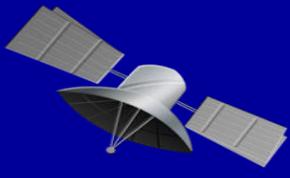
C_{us} 、 C_{uc} — 升交角距的正余弦调和改正项振幅（切向）；

C_{rs} 、 C_{rc} — 卫星地心距的正余弦调和改正项振幅（径向）；

C_{is} 、 C_{ic} — 轨道倾角的正余弦调和改正项振幅（垂直方向）。

(3) 时间2参数： t_0 — 参考时刻；AODE — 星历数据龄期。

GPS星历与观测数据相关网址



中国地壳运动观测网络: www.igs.org.cn:8080

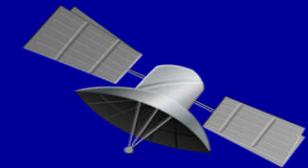
IGS分析中心: igscb.jpl.nasa.gov

CDDIS数据中心: <ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/>

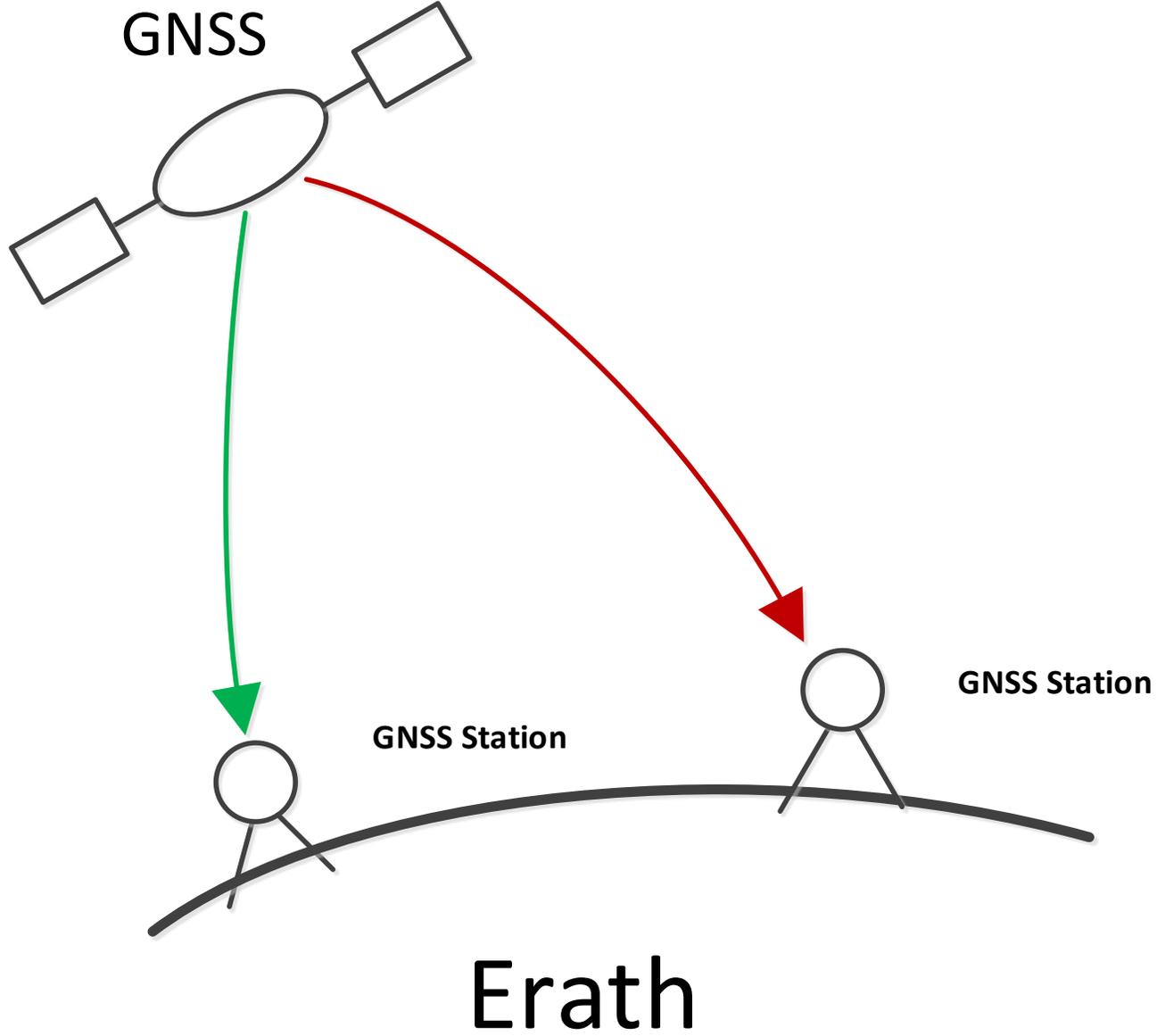
SOPAC数据中心: <http://sopac.ucsd.edu>

GPS程序代码: www.ngs.noaa.gov/gps-toolbox/exist.htm

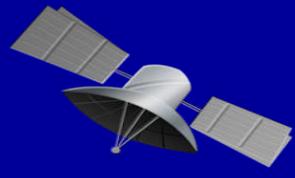
思考题



1. 描述GPS卫星正常轨道的开普勒三大定律。
2. 说明开普勒轨道6参数意义。
3. 描述利用GPS星历计算卫星瞬时位置的流程。



1. GNSS星座
2. 时空基准
3. 卫星位置
4.



第一章第三讲结束！

谢谢！