



# 第五章 地球重力场及地球形状 的基本理论

讲授：张双成

测绘科学与工程系





# 大地测量学的主要任务

- ① 提供**坐标基准, 高程基准和重力基准**, 为地理信息系统和测制地图提供基础框架;
- ② 确定地球上点的**位置, 高程**以及它们的**变化**;
- ③ 确定**地球大小, 形状, 旋转**及其**变化**;
- ④ 提供地球上点的**重力信息**及其**变化**;
- ⑤ 研究椭球面和平面的**投影变换**及相关**大地测量计算**
- ⑥ 研究新型的**大地测量仪器和方法**;
- ⑦ 研究**空间大地测量理论和方法**;
- ⑧ 研究**月球和行星大地测量理论和方法**。



# 大地测量主要技术手段

- 经纬仪角度测量;
- 水准仪高程测量;
- 激光测距仪距离测量。

传统大地测量  
技术

- 甚长基线干涉测量(VLBI);
- 卫星激光测距(SLR); □
- 全球定位卫星系统(GNSS);
- 卫星测高(SA)。

现代大地测量  
技术





# 现代大地测量的特征

- 研究范围大（全球：如地球两极、海洋）
- 从静态到动态，从地球内部结构到动力过程。
- 观测精度越高，相对精度达到 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ ，绝对精度可到达毫米。
- 测量与数据处理周期短，但数据处理越来越复杂。





# 大地测量学课程要解决的核心问题

1. 大地测量学的目的与任务是什么？
2. 空间大地测量未来的发展趋势？
3. 大地测量的时空基准是什么（参心、地心坐标、ITRF）？
4. 参考椭球、总地球椭球、正常椭球的目的是什么？
5. 为什么要进行大地坐标系的转换？转换方法有哪些？
6. 地球重力场在大地测量中发挥什么作用？
7. 为什么要选择正常高作为我国的高程系统？
8. 为什么要选择大地水准面？大地水准面精化的目的是什么？
9. 正常高与GPS高如何转换？
10. 为什么要进行大地测量观测值的归算？
11. 为什么要进行高斯投影？





# 第五章 主要讲解内容

---

## 1、地球及其运动

(地球运动、公转、自转、地球基本参数等)

## 2、地球重力场的基本原理

(引力与离心力、重力位、正常椭球、水准椭球、总地球椭球等)

## 3、高程系统

(大地高、正高、正常高、国家高程基准)

## 4、垂线偏差与大地水准面差距

(垂线偏差的测定、大地水准面的测定、大地水准面精化)

---







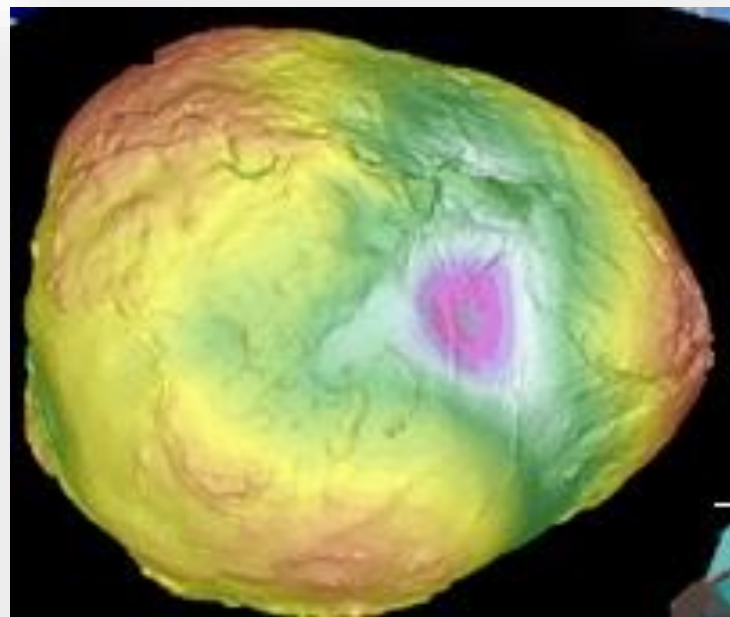
# 一、地球及其运动的基本概念

## 1、地球概说

### 1)、地球的基本形状

地球表面积：5.1亿 $\text{Km}^2$ ，海洋占70.8%，陆地占29.2%。  
地球体积为10830亿 $\text{Km}^3$ 。

**地球的实际形状很不规则。**  
从总体情况看，地球的形状可用大地体来描述：是一个两极略扁，赤道突出，略显“梨形”的球体。  
为计算和研究的方便，通常用旋转椭球来表达地球形状。



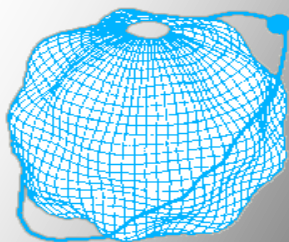


# 一、地球及其运动的基本概念

自然表面

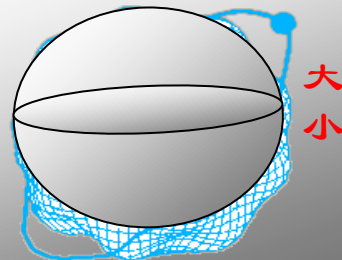


地球形状

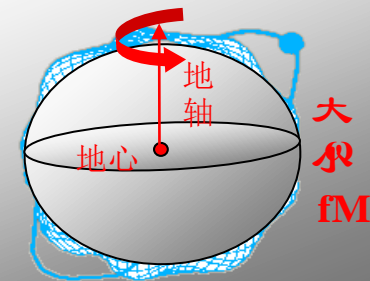


大地水准面

参考椭球面



正常椭球面



珠穆朗玛峰：  
8844.43m  
马里亚海沟：  
-11034m

地球表面的代替过程：地球面 - 大地水准面 - 椭球面 - 平面





# 地球形状和大小

地球自然表面

极不规则，无法用数学表面进行描述

大地体

不规则性、动态性、不唯一性

地球椭球体

规则的数学表面

参考椭球体

标准数学曲面，不唯一性  
1952：海福特椭球  
1953：克拉索夫斯基椭球  
1978：1975年国际椭球

三级近似





# 一、地球及其运动的基本概念

## 2)、地球大气

厚度：2000~3000km；大气质量： $3.9 \times 10^{21}$ 克，约百万分之0.86。

从地面由低到高可分为：对流层，平流层，中层，电离层(热层)，外层(散逸层)。

**对流层：**海平面以上40~50km；气温随高度增加而降低；空气对流，运动显著；湿度大；天气多变。

**平流层：**对流层以上50~55km，气温不受地面影响；空气水平运动；水汽含量极少。

**中 层：**平流层以上80~85km，气温随高度增加而迅速下降，空气对流。

**电离层：**中层顶部到800km的高空；温度随高度增加而急剧上升，大部分空气被电离，对电磁波的传播影响较大。

**外 层：**电离层一上；空气十分稀薄；受地球引力小。



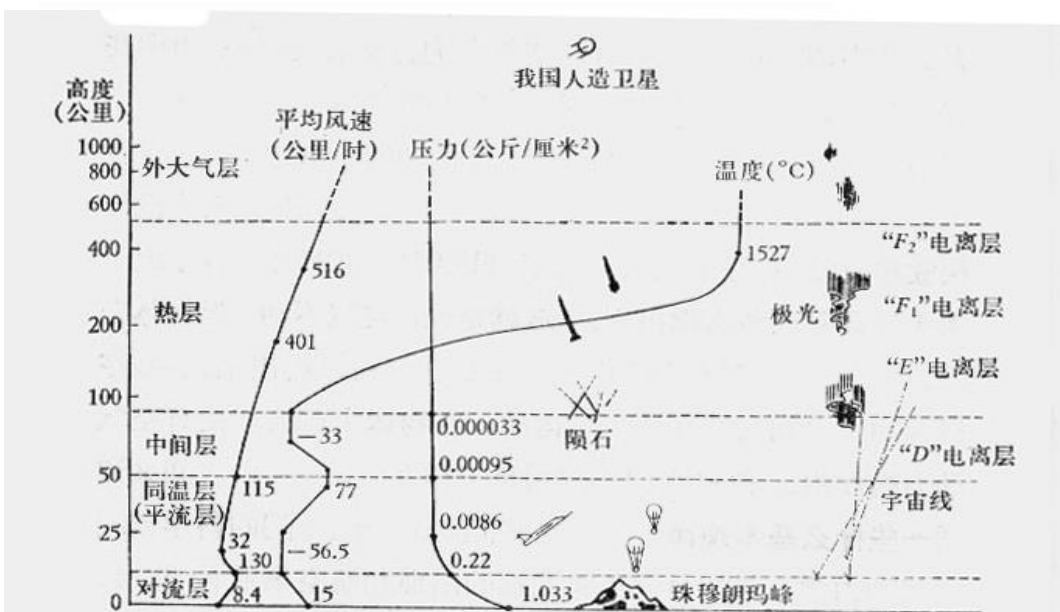
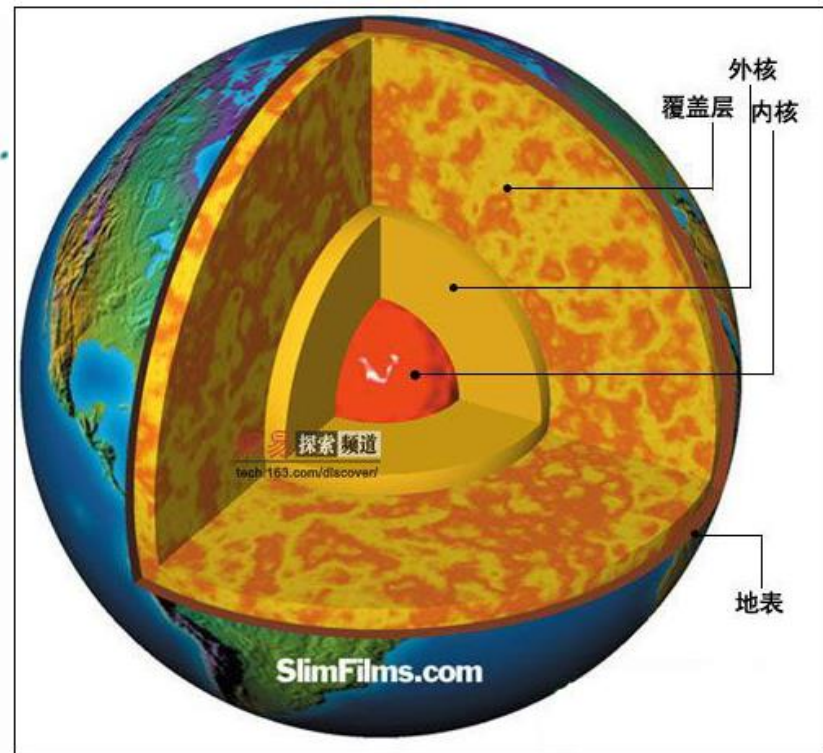
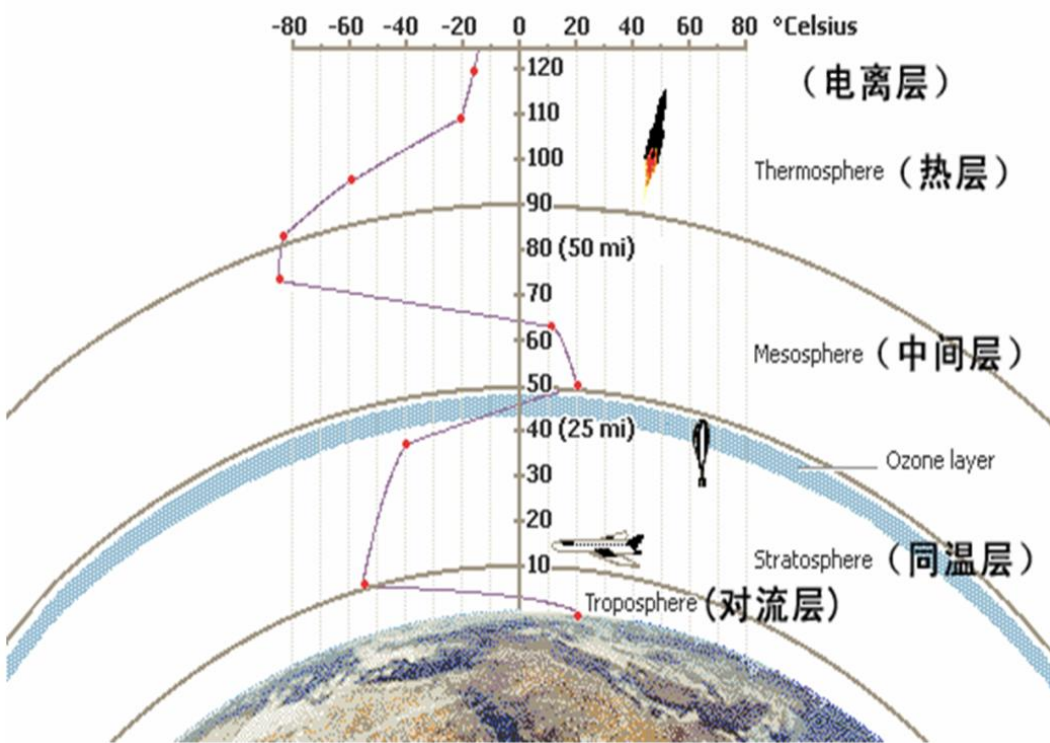
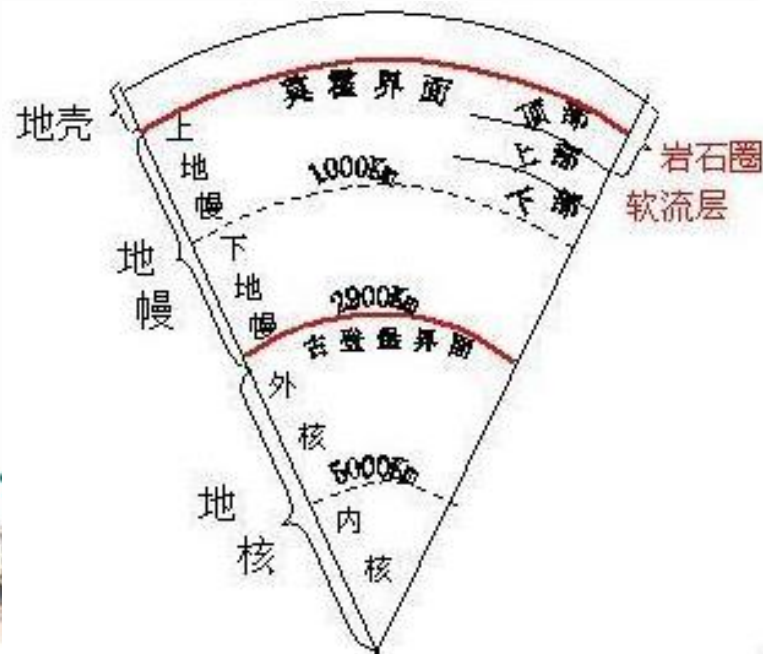


图 3-1 地球大气结构图

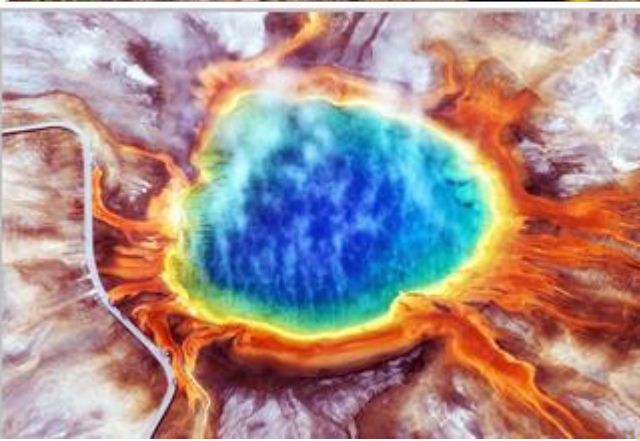
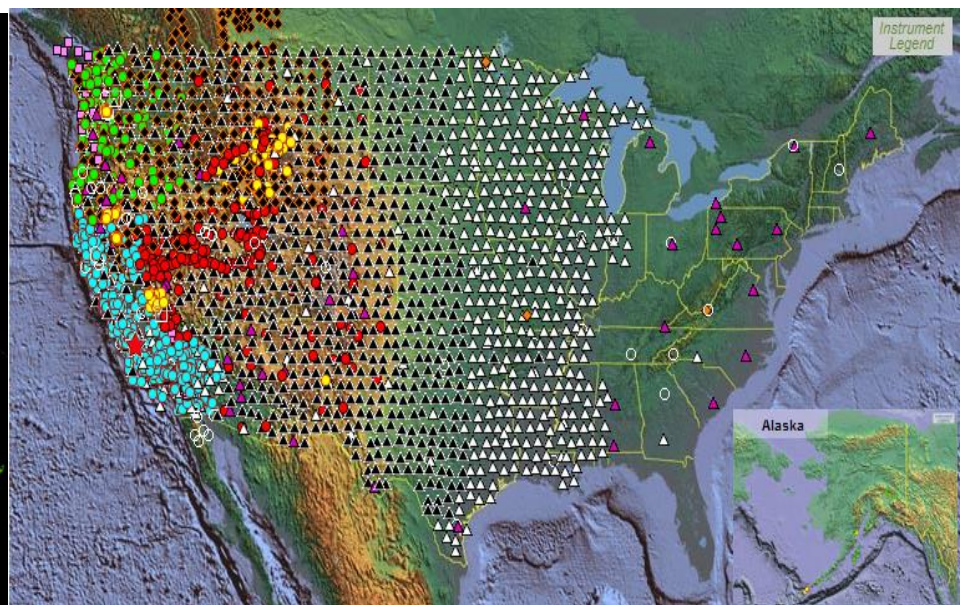
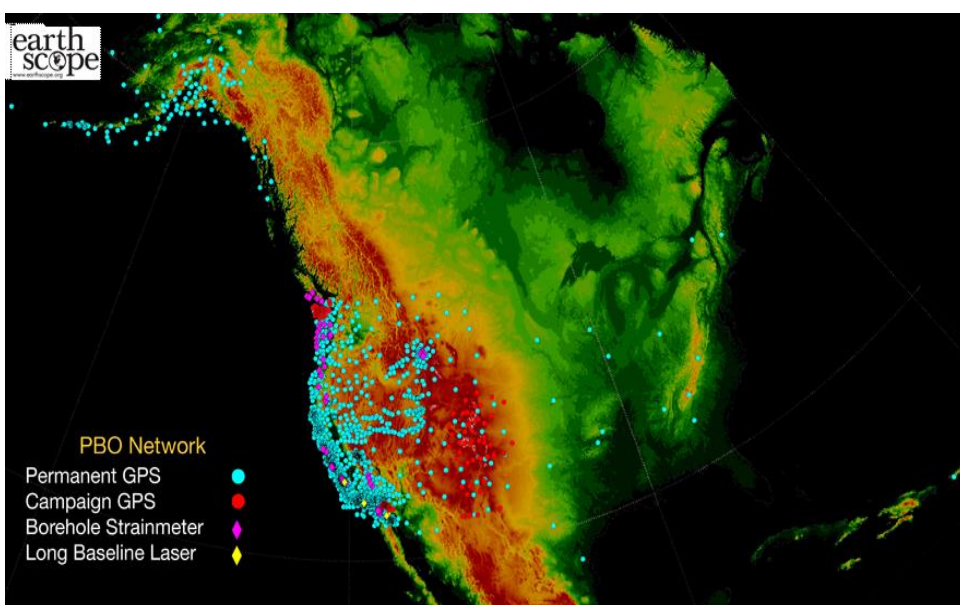






科学钻是人类获取地球内部信息最有效、最直观的方法。目前全球仅有苏联的“科拉超级钻”达到过1万米以下的深度。中国地球深部探测计划展开将进行超万米钻探。





人类最有野心的十大科学试验之一  
美国透镜计划EarthScope





# 一、地球及其运动的基本概念

## 2、地球运动概说

### 1)、地球自转:

地球自转的线速度:

$$V = \frac{2\pi(R \cos \varphi + h)}{T}$$

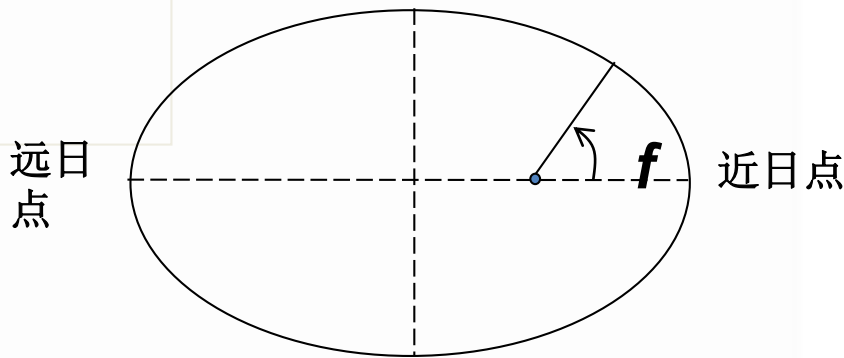
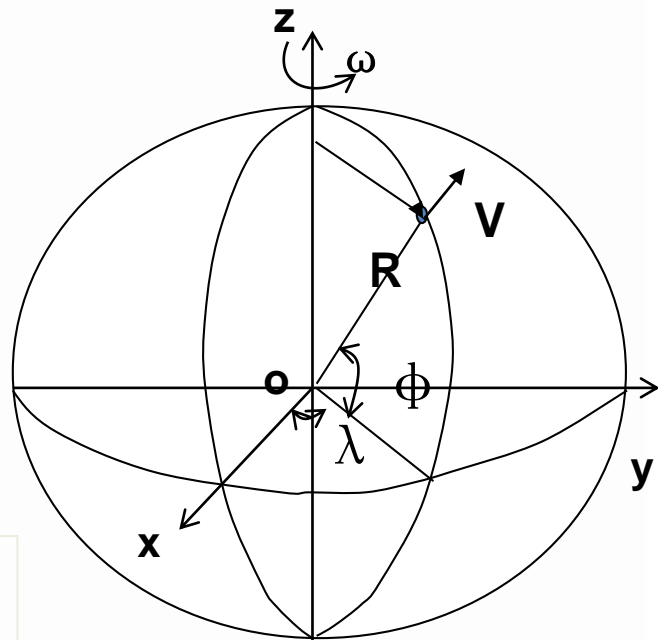
### 2)、地球公转:

地球公转遵循开普勒三定律和万有引力定律。

#### ①、开普勒三大行星定律

a、行星运行的轨道是一个椭圆，而该椭圆的一个焦点与太阳的质心相重合

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f}$$





# 一、地球及其运动的基本概念

b、行星质心与太阳质心间的距离向量，在相同的时间内所扫过的面积相等，即面积速度 (s/t) = 常数

$$\frac{s}{t} = \frac{\pi ab}{T} = \frac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{T}$$

c、行星运动周期的平方与轨道椭圆长半径的立方之比为常量。

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$





# 一、地球及其运动的基本概念

---

②、**牛顿万有引力定律**：宇宙中任意两个质点都彼此互相吸引，引力的大小与它们的质量的乘积成正比，与它们的距离平方成反比。万有引力定律是在开普勒三定律基础上推导来的，其包含了开普勒三定律。

$$F = \frac{k^2 Mm}{r^2}$$





# 一、地球及其运动的基本概念

## 3、地球基本参数

### 1)、几何参数

长半径： $a=6378.164\text{km}$

扁率： $\alpha=1/298.257$

### 2)、物理参数

自转速度： $\omega=7.29211515 \times 10^{-5}\text{rad/s}$

二阶带球谐系数： $J_2=1082.64 \times 10^{-6}$

地心引力常数： $GM=398603\text{km}^3/\text{s}^2$





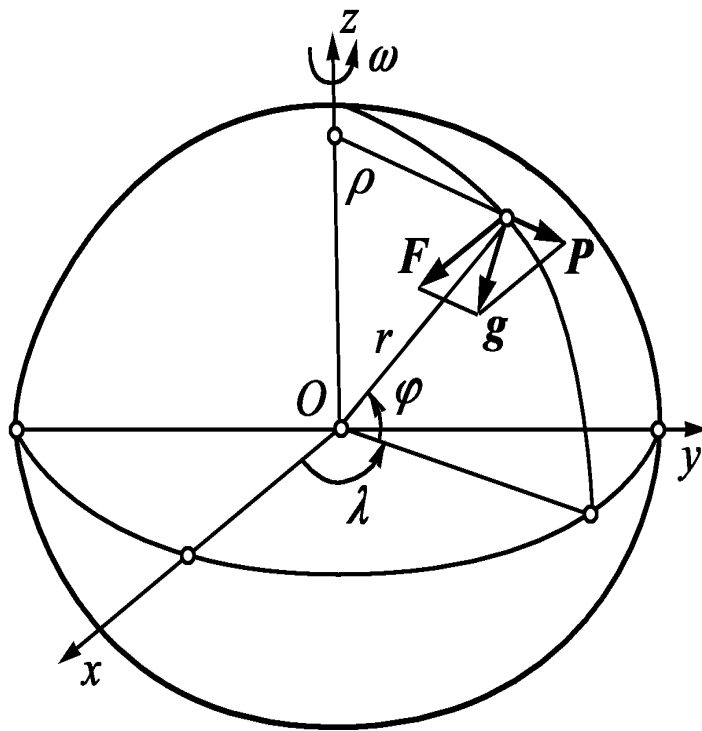
## 二、地球重力场的基本概念

引力与离心力:

$$F = f \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$P = m\omega^2 \rho$$

地球重力 $\vec{g}$ :  $\vec{g} = \vec{F} + \vec{P}$



其它作用力（太阳、月亮）大多数情况下可忽略。



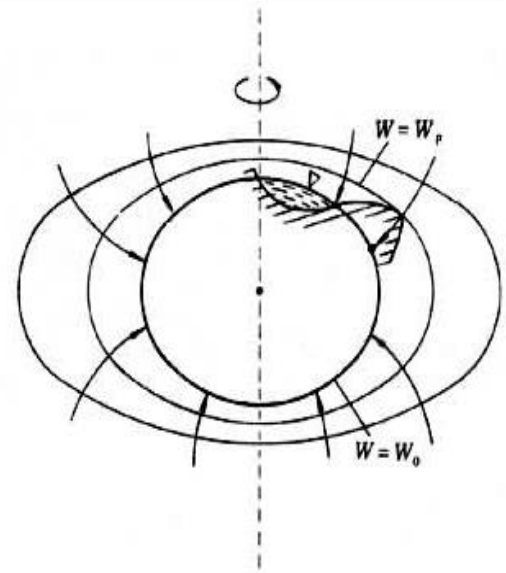


## 二、地球重力场的基本概念

- ◆ 地球空间任意一质点，都受到地球引力和由于地球自转产生的离心力的作用。
- ◆ 对于高程测量而言，最重要的参考面——大地水准面，亦即最理想化的海洋面是重力场中的一个水准面。
- ◆ 重力等位面（即水准面）有无穷多个，其中我们把完全静止的海水面所形成的重力等位面，专称它为大地水准面。
- ◆ 同重力方向重合的线也叫铅垂线。



在地球重力场中存在着一簇重力等位面。在任一个重力等位面上，每一点的法线(即垂线)就是重力方向，所以物体沿重力等位面运动,重力不做功。两相邻水准面之间的重力位差处处相等，这种位差就是一水准面上各点的重力值与其至相邻水准面的垂直距离的乘积。同一水准面上各点的重力值一般从赤道向两极增大，因而这些点至相邻水准面的垂直距离由赤道向两极逐渐减小，也就是相邻两水准面之间互不平行。重力等位面又称水准面，其中同理想的平均海面相重合、并延伸到整个地球大陆内部的水准面称为大地水准面。又由于地球内部质量分布不规则，致使任意两相邻水准面之间互不平行；又由于重力位是坐标的单值函数，所以两相邻水准面不能相交。水准面是一个封闭曲面。在地球重力场中的重力线是垂直穿过各重力等位面的空间曲线



地球重力场的力线示意图

重力等位面之间既不平行，也不相交和相切。





## 二、地球重力场的基本概念

### 1、水准面：重力等位面，具有几何性质与物理性质。

- 1) 水准面有高有低，因此有无数个；
- 2) 复杂形状，不规则闭合，与铅垂线正交的曲面；
- 3) 水准面彼此不平行，不相交；
- 4) 每个水准面对应唯一的位能 $W=常数$ ，物体在水准面上移动重力不做功。

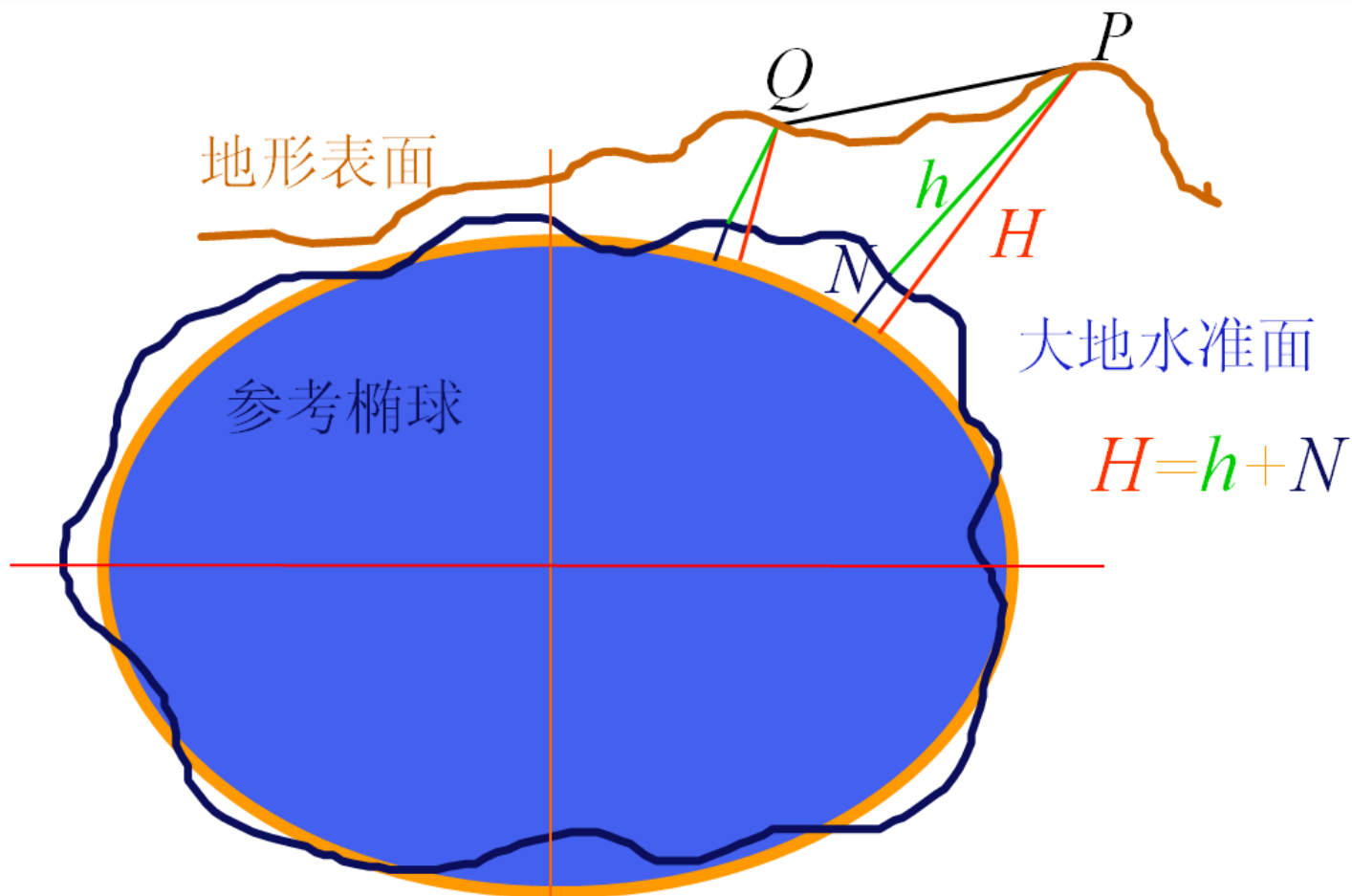
### 2、大地水准面：与平均海水面重合，不受潮汐、风浪及大气压影响，并延伸到大陆下面处处与铅垂线垂直的水准面。

- 1) 一个特定的重力等位面，唯一。
- 2) 其几何性质和物理性都很不规则，尚未能具体确定。因而只能用一个平均海水面代替它。





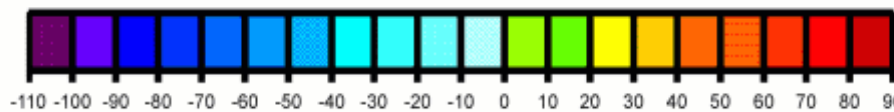
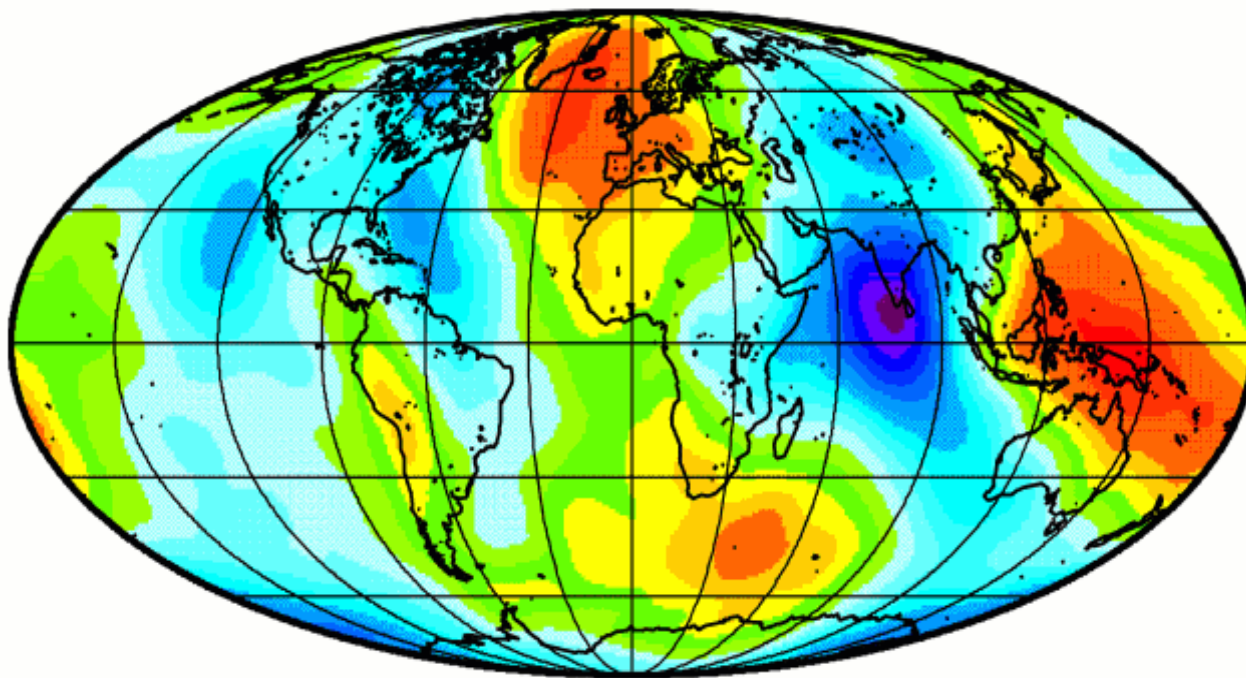
## 二、地球重力场的基本概念



1. 大地水准面与重力线垂直，是重力等位面
2. 大地水准面通过平均海水面



## 二、地球重力场的基本概念



[ meter ]

**GFZ**  
POTSDAM

全国大地水准面图





## 二、地球重力场的基本概念

---

### 3、似大地水准面：

与大地水准面很接近的一个曲面，是由地面点沿铅垂线向下量取正常高所得的点形成的连续曲面。

1) **不是水准面**

2) 与水准面很接近，在**海洋上与大地水准面完全重合**，在大陆上几乎重合，在山区只有2~4m的差异。





## 二、地球重力场的基本概念

### 4、正常椭球（水准椭球、等位椭球）：

**正常椭球：大地水准面的规则形状。**

实际上，质量与地球质量相同，自转速度与地球自转速度相同的规则物体都可称为正常椭球。目前都采用水准椭球作为正常椭球，又称等位椭球。

正常椭球除要确定4个基本参数 $a_e$ ， $f_M$ ， $J_2$ ， $\omega$ 外，还要定位和定向。中心与地球质心重合，短轴与地轴重合，起始子午面与起始天文子午面重合。





## 二、地球重力场的基本概念

### 总地球椭球：

$$\iint_{\sigma} N^2 d\sigma = \text{最小}$$

一个和整个大地体最为密合的，即满足全球范围内与大地水准面的差距 $N$ 的平方和最小。总地球椭球中心和地球质心重合，总的地球椭球的短轴与地球地轴相重合，起始大地子午面和起始天文子午面重合，总地球椭球和大地体最为密合。

从几何和物理两个方面来研究全球性问题，我们可把总地球椭球定义为最密合于大地体的正常椭球。正常椭球参数是根据天文大地测量，重力测量及人卫观测资料一起处理确定的，并由国际组织发布。





## 二、地球重力场的基本概念

---

### 参考椭球：

大小与定位定向最接近于**本国或本地区**的地球椭球。

- 1) 与本地区的大地水准面密合，表现在椭球面与本地区的大地水准面最接近及同点的法线和垂线最接近。
- 2) 定位定向大小都与总椭球不同，
- 3) 不同地区的参考椭球都不同。





## 三、高程系统 (Height System)

### 基本概念：

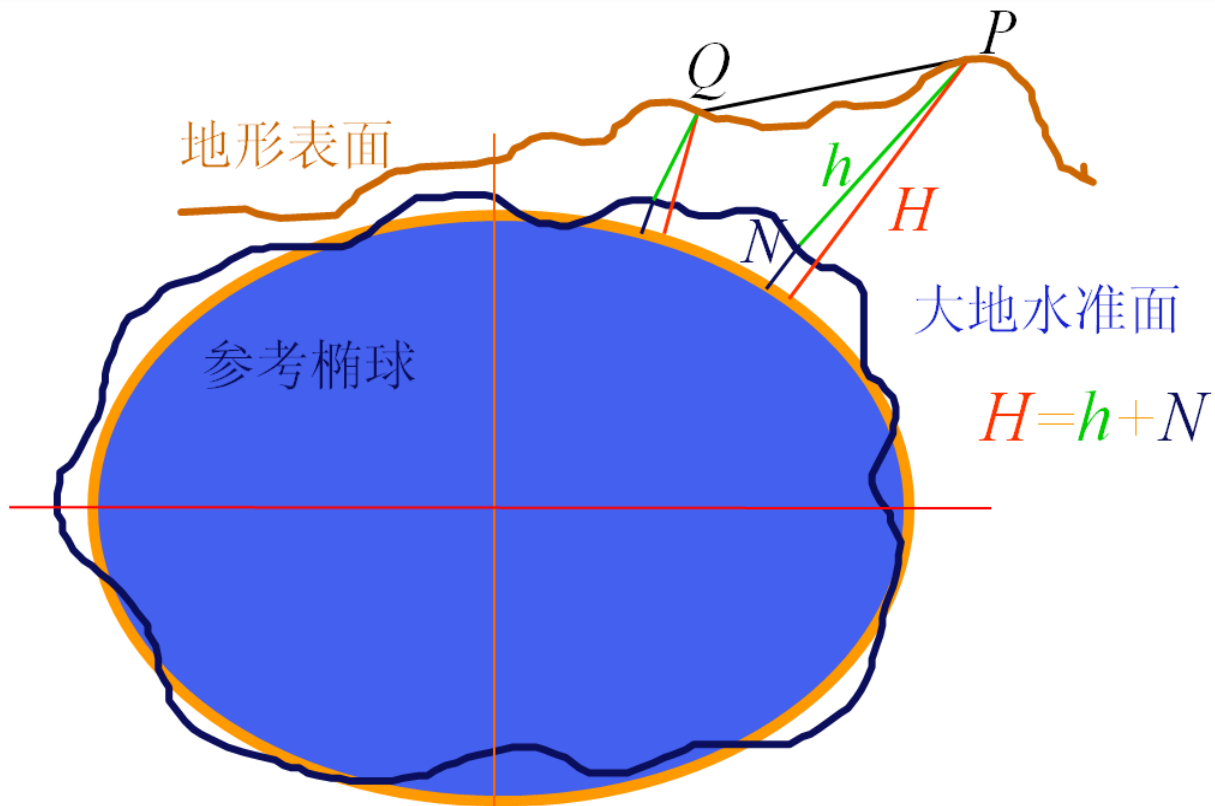
地面点高程是该点沿基准线至基准面的距离。不同的高程基准线、面构成了不同的高程系统。同一地面点在不同高程系统中其高程值是不相同的。**无论在哪种高程系统中，地面点的高程都应惟一。**

两地面点的高差是此两点高程之差。相应不同高程系统，有着不同的高差。





### 三、高程系统



高程系统：

大地高

正高

正常高

力高







### 三、高程系统

大地高由两部分组成：**地形高**部分（含正高或正常高）及**大地水准面**（或似大地水准面）高部分。**地形高基本上确定着地球自然表面的地貌**，大地水准面高度又称**大地水准面差距**，似大地水准面高度又称**高程异常**，它们基本上确定着大地水准面或似大地水准面的起伏，下面主要研究用**几何水准测量方法确定地形高**的基本内容。





# 三、高程系统

请注意，一般

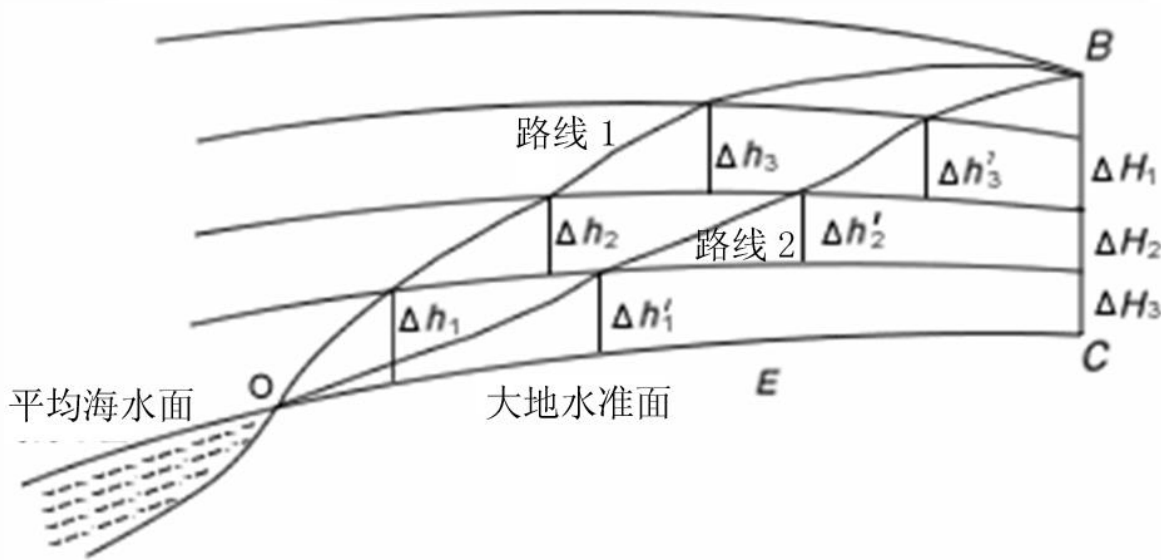
$$H_1^B \neq H_2^B$$

所谓水准测量高程  
不是一种高程系统

## 水准测量高程（地形高）

● 所谓水准测量高程，即从水准原点出发的路线上水准观测高差之和。

几何水准测量是依据水准面平行测量高差的。



$$H_1^B = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots = \sum_1 \Delta h$$

$$H_2^B = \Delta h'_1 + \Delta h'_2 + \dots = \sum_2 \Delta h'$$



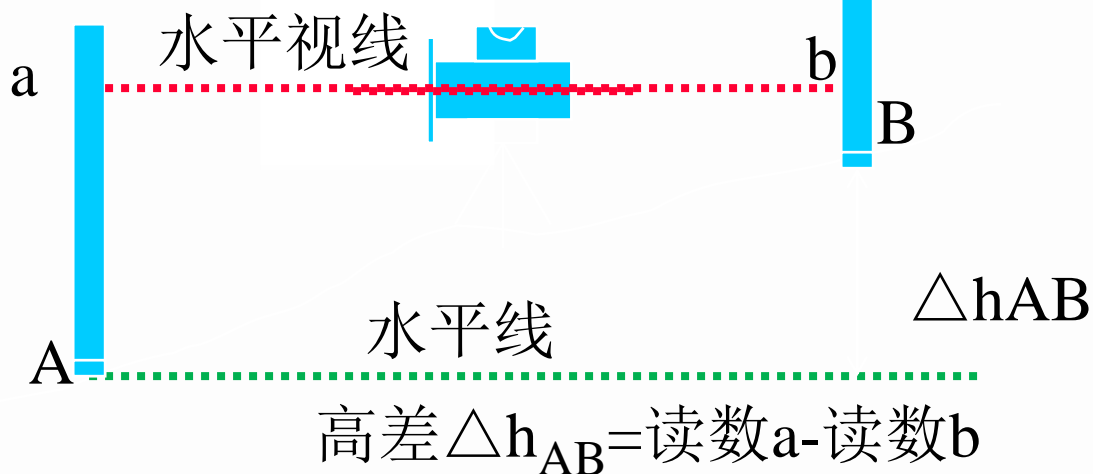
### 三、高程系统

- 仪器：水准仪

水准器



- 测高原理



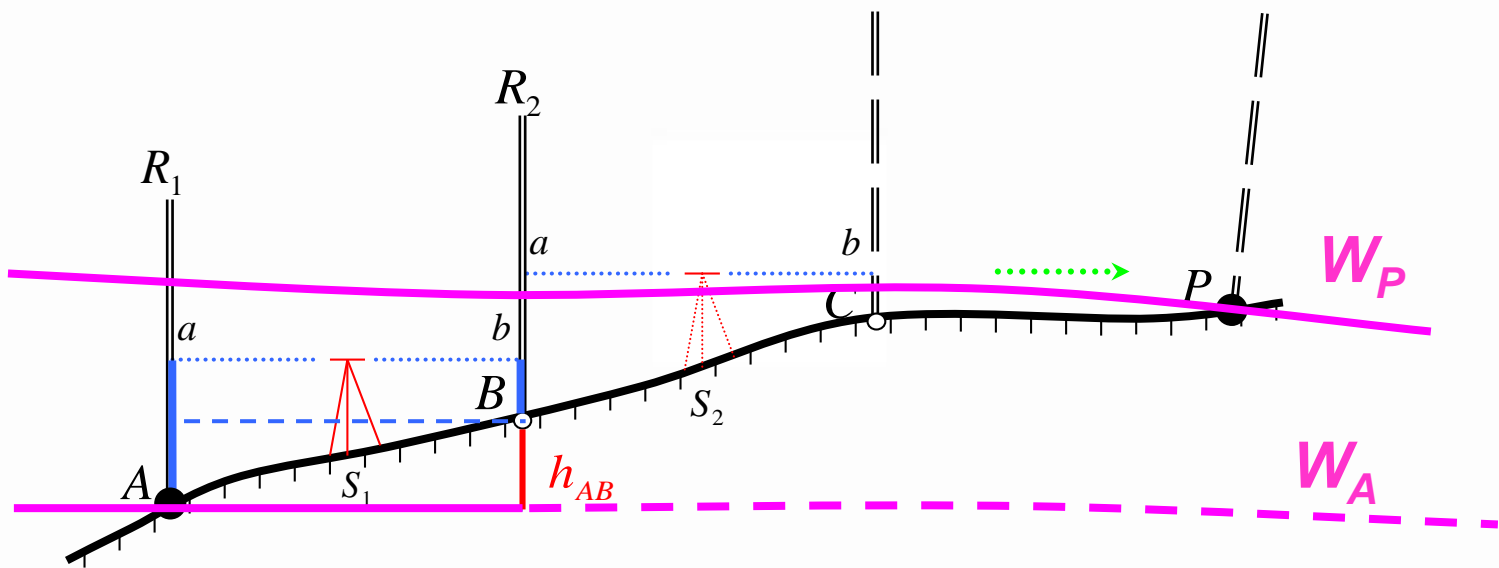
几何水准测量是依据水准面平行测量高差的。



### 三、高程系统

#### 水准测量高程（地形高）

- 两水准点间水准高差沿路线不同而不同，但两点间的重力位差却不随路线而改变。



$$h_{AB} = a - b$$

$$h_{AP} = h_{AB} + h_{BC} + \dots$$

$$\sum gh = W_P - W_A$$

$$h_{AB'} = a - b'$$

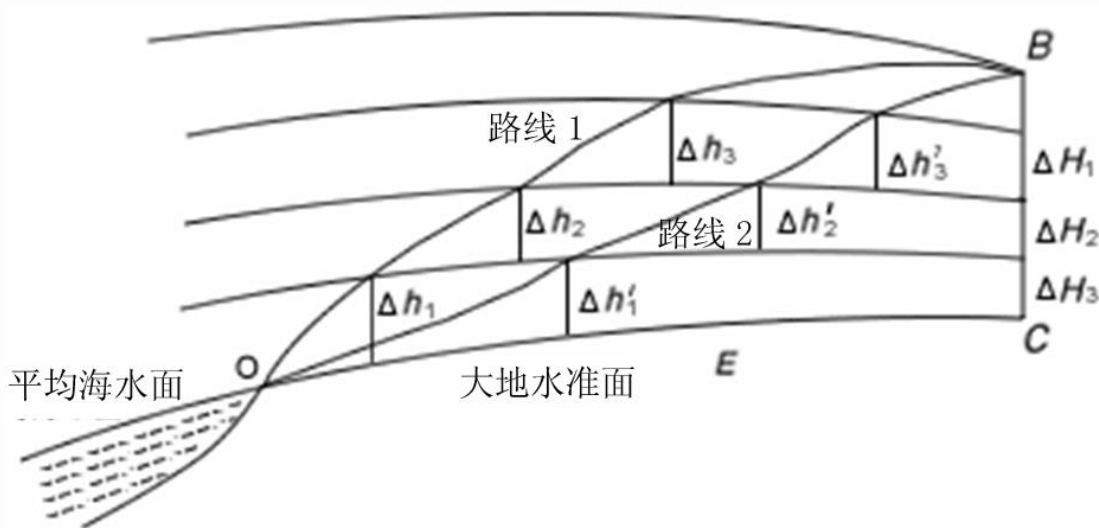
$$h_{AP} = h_{AB'} + h_{B'C'} + \dots$$

$$\sum g'h' = W_P - W_A$$



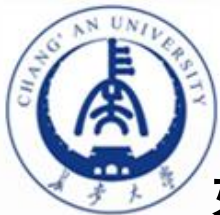
### 三、高程系统

#### ● 水准闭合环的理论闭合差 $W$



水准面是不平行的，而几何水准测量是依据水准面平行的原理测量高差的。这样经过不同路线测得同一点的高程也就不同，即高程不是唯一确定的，产生了多值性。对于水准闭合环线，即便水准测量没有误差，水准环线高程闭合差也不等于零。这种由水准面不平行而引起的水准环线闭合差，称为理论闭合差。





## 水准面的不平行性及其对高程的影响

如图，过O、B两点的水准面位能差是唯一的，由于水准面上各点的重力不同，水准面是不平行的，即两个等位面的间距是处处不同的；但是几何水准测量是依据水准面平行的原理测量高差的。

$$W_0 - W_B = \int_0^B g dh = \int_C^B g' dh$$

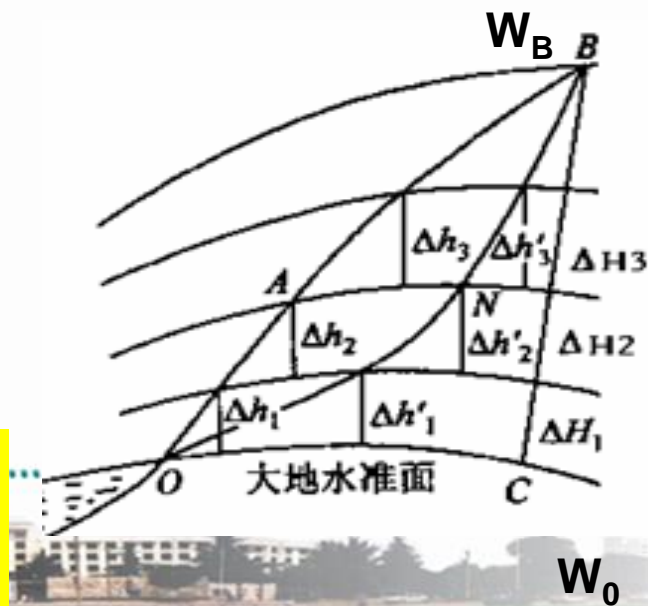
- (1)、多值性：同一点的高程，经不同路线的观测值不同；
- (2)、不闭合性：即便水准测量没有误差，水准环线高程闭合差也不为零。

$$H_B = \sum \Delta h$$

$$H_B' = \sum \Delta h'$$

$$H_B \neq H_B'$$

为解决多值问题，必须引进高程系统。通常有以下四种：  
大地高、正高、正常高、力高高程系统







## 三、高程系统

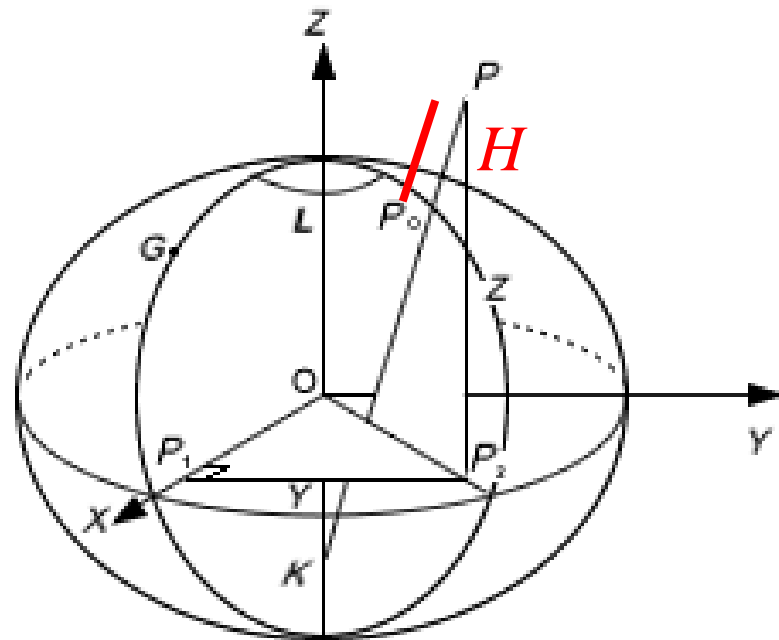
### 1、大地高系统

**基准面：**参考椭球面

**基准线：**参考椭球面法线

**大地高：**地面点沿参考椭球法线至参考椭球面的距离。

**获取手段：**三角高程测量、GPS或由其它高程系统的高程进行转化。





# 大地高系统

- 参考椭球面和大地高

- 大地高 (Geodetic Height)

- 定义：某点的大地高 (Geodetic Height) 是该点到通过该点的参考椭球的法线与参考椭球面的交点间的距离。大地高也称为椭球高 (Ellipsoidal Height)，用符号  $h$  表示。
    - 是一个**纯几何量，不具有物理意义**





### 三、高程系统

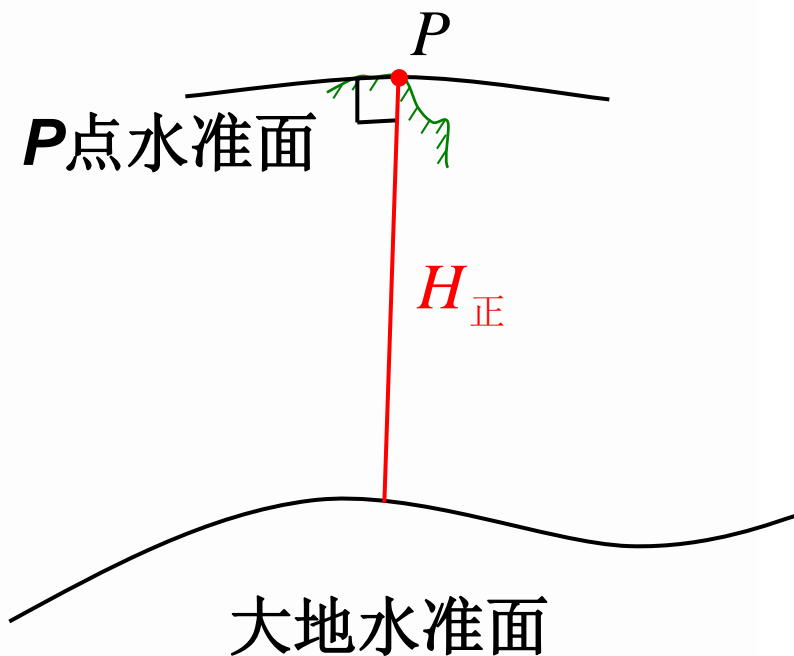
#### 2、正高系统（海拔高系统）

**基准面：**大地水准面

**基准线：**地面点铅垂线

**正高：**地面点沿铅垂线至大地水准面的距离。

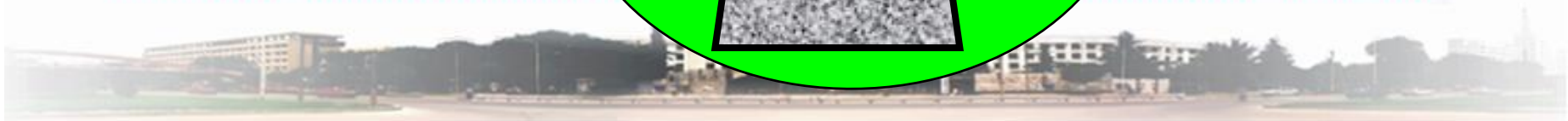
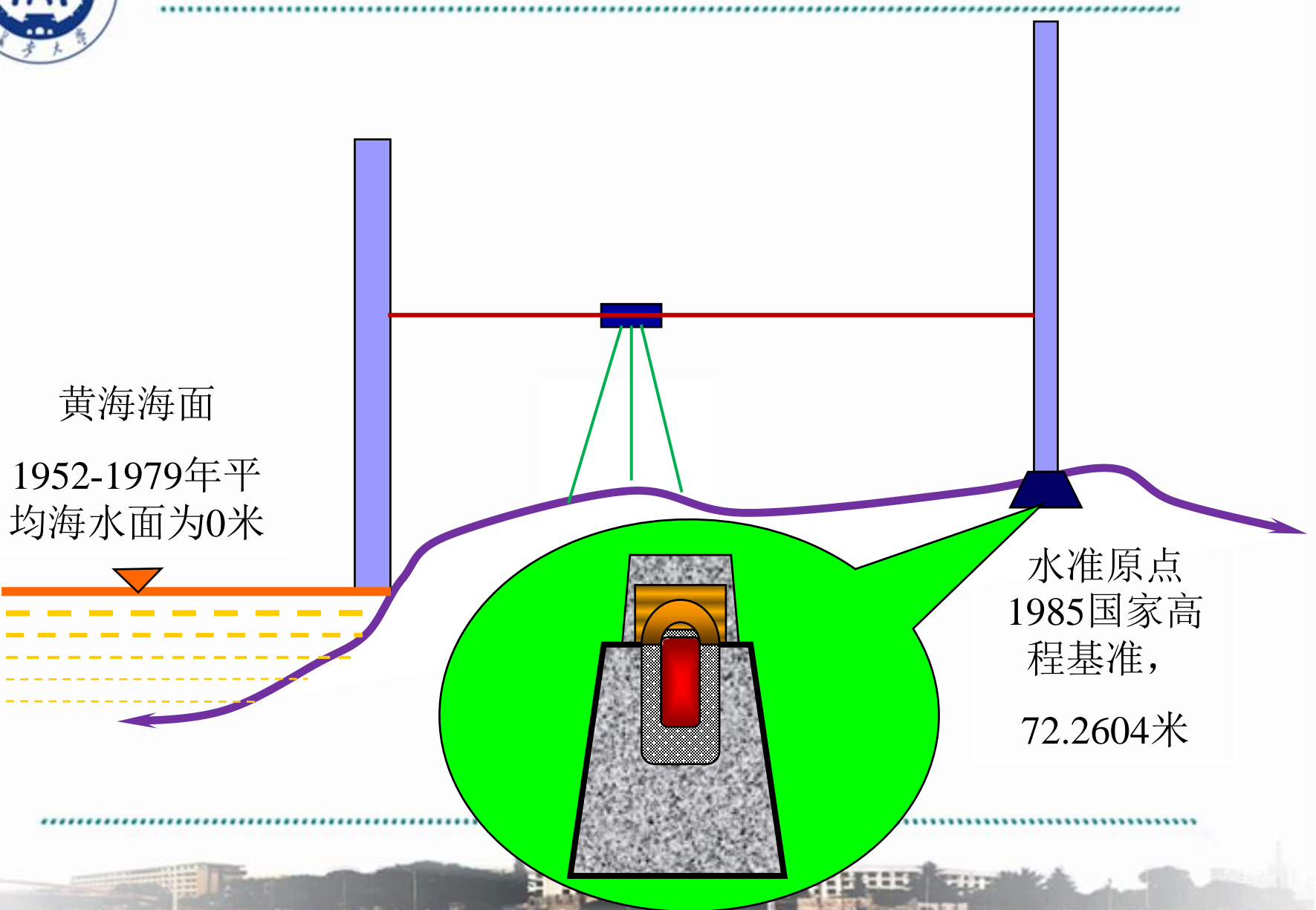
**获取手段：**水准测量、三角高程测量、或由其它高程系统高程进行转化。



大地水准面的高程如何确定？



# 三、高程系统



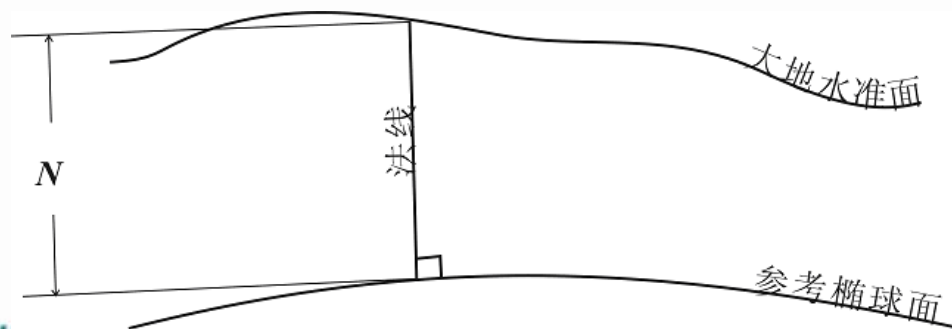


## 三、高程系统

### • 大地水准面和正高

#### – 大地水准面 (Geoid)

- 大地水准面
- 两相邻重力等位面之间的关系
- 大地水准面差距 (Geoid Height) 或大地水准面起伏 (Geoid Undulation)
  - 沿参考椭球的法线，从参考椭球面量至大地水准面的距离，在本书中统一用符号  $N$  表示。



大地水准面与参考椭球面



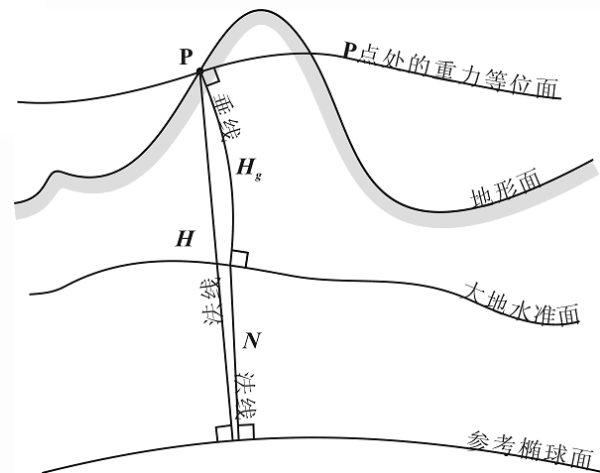
## 三、高程系统

### • 大地水准面和正高

#### – 正高 (Orthometric Height/Geoidal Height)

- 几何形式的定义：某点的正高是从该点出发，沿该点与基准面间各个重力等位面的垂线所量测出的距离

注意：铅垂线不是直线！







## 三、高程系统

- 大地水准面和正高
  - 正高 (Orthometric Height/Geoidal Height)
  - 物理形式的定义:

$$H_g = -\frac{1}{g_m \text{ Geoid}} \int g(h) dh$$

式中， $g_m$  为沿垂线方向上的平均重力值。

- 问题：平均重力值通常无法得到





### 三、高程系统

**正高系统：**以大地水准面为高程基准面，地面点沿铅垂线到大地水准面的距离。它不随路线不同而异。

$$W_C - W_B = \int_C^B g' dH$$

$$W_C - W_B = W_0 - W_B$$

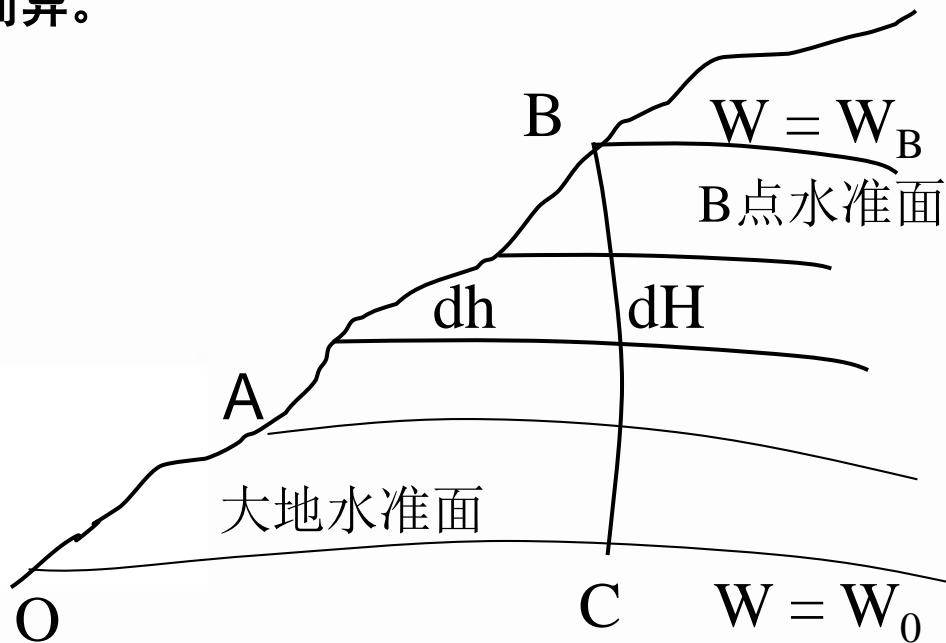
$$\int_0^B g dh = \int_C^B g' dH$$

则：B点的正高为：

$$H_{\text{正}}^B = \int_C^B dH = \frac{W_0 - W_B}{g_m^B} = \frac{1}{g_m^B} \int_0^B g dh$$

式中： $g_m^B$  为大地水准面上C点到B点的平均重力，不能精确

测定，因而正高也不能精确求得。





# 三、高程系统

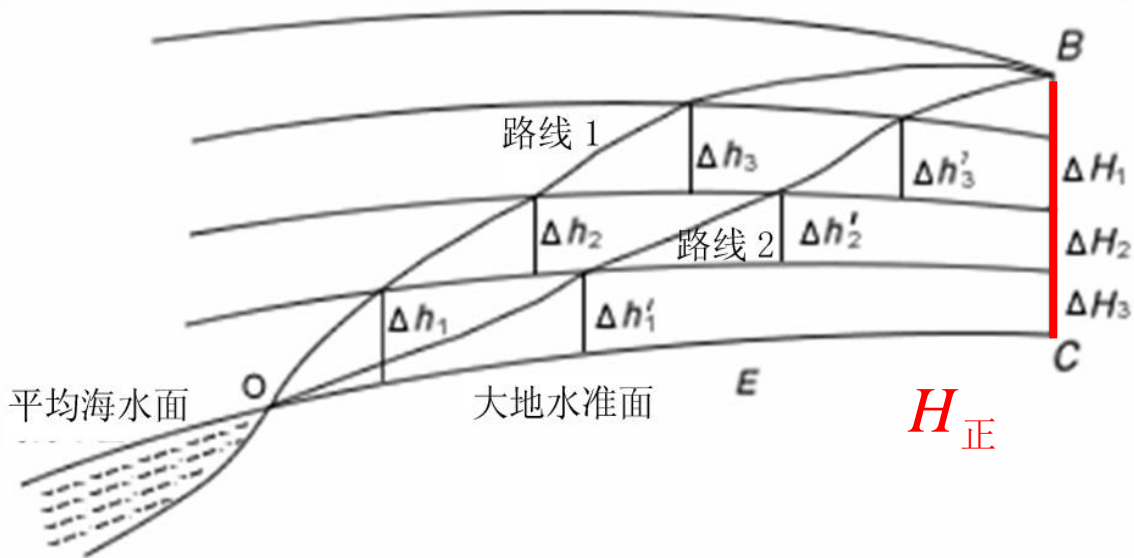
## 2、正高系统

### 用水准测量法确定地面点正高原理

$$H_{\text{正}}^B = \sum_{CB} \Delta H = \int_{CB} dH$$

$$gdh = g'dh' = g^B dH$$

$$dH = \frac{g}{g^B} dh = \frac{g'}{g^B} dh'$$



$$H_{\text{正}}^B = \int_{CB} dH = \int_1 \frac{g}{g^B} dh = \int_2 \frac{g'}{g^B} dh' = \frac{1}{g_m^B} \int_1 g dh = \frac{1}{g_m^B} \int_2 g' dh'$$





### 三、高程系统

只能近似得到，故正高也只能近似得到。

#### 2、正高系统

$$H_{\text{正}}^B = \int_{CB} dH = \int_1 \frac{g}{g_m^B} dh = \int_2 \frac{g'}{g_m^B} dh' = \frac{1}{g_m^B} \int_1 g dh = \frac{1}{g_m^B} \int_2 g' dh'$$

由公式可知：正高是不依水准路线而异的，因为式中  $g_m^B$  是常数， $\int_1 g dh$  是过B点的水准面与起始大地水准面之间位能差，也不随路线而异，因此正高是一种唯一确定的数值，可以用来表示地面点高程。但由于  $g_m^B$  是随着深入地下深度不同而不同，并与地球内部质量有关，而内部质量分布及密度是难以知道的，所以  $g_m^B$  不能精确测定，正高也不能精确求得。

$$g_m^B = g_B + 0.0427H_{\text{正}}^B \quad \text{只能近似得到，故正高也只能近似得到。}$$





## 三、高程系统

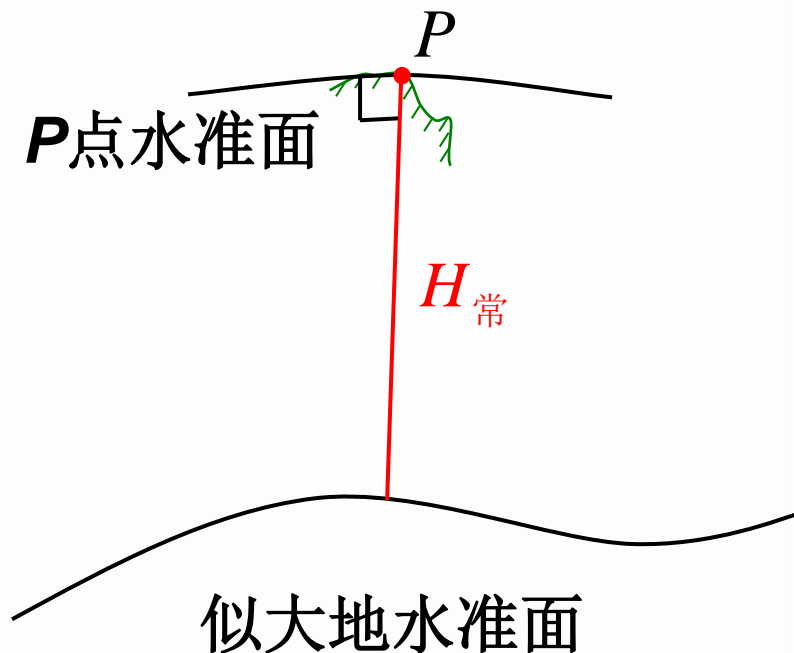
### 3、正常高系统（近似海拔高）

**基准面：**似大地水准面

**基准线：**地面点铅垂线

**正常高：**地面点沿铅垂线至似大地水准面的距离。

**获取手段：**水准测量、三角高程测量、或由其它高程系统高程进行转化。





## 三、高程系统

- 似大地水准面和正常高
  - 正常高 (Normal Height)
    - 物理形式的定义

$$H_{\gamma} = -\frac{1}{\gamma_m} \int_{\text{Geoid}}^P g(h) dh$$

式中， $\gamma_m$  为平均正常重力值。





# 正常高系统

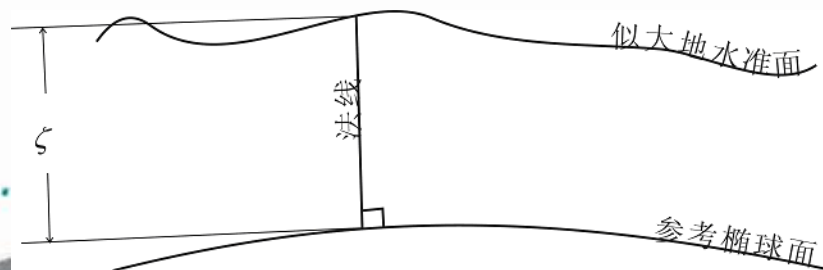
- 似大地水准面和正常高

- 似大地水准面 (Quasi-Geoid)

- 沿正常重力线由各地面点向下量取正常高后所得到点构成的曲面。非等位面，无确切物理意义，但与大地水准面较为接近，且在辽阔海洋上与大地水准面一致。

- 高程异常 (Height Anomaly)

- 沿正常重力线方向，由似大地水准面上的点量测到参考椭球面的距离被称为高程异常，用符号 $\zeta$ 表示。



似大地水准面和参考椭球面



# 正常高系统

- 似大地水准面和正常高
  - 高程异常与大地水准面差距的关系

$$N = \zeta + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_g$$

- 正高与正常高的关系

$$N + H_g = \zeta + H_\gamma$$

$$H_\gamma = H_g + \frac{g_m - \gamma_m}{\gamma_m} H_g$$







## 三、高程系统

### 3、正常高系统

将正高系统中的 $g_m^B$ 用正常重力 $\gamma_m^B$ 代替而得到的高程系统。

$$H_{\text{常}}^B = \frac{1}{\gamma_m^B} \int g dh$$

其中， $g$ 由沿水准路线的重力测量得到， $dh$ 是水准测量的高差，

$\int g dh$  是过B点的水准面与大地水准面的位能差，

$\gamma_m^B$  可由

正常重力公式计算得来，正常高可以精确求得。不随水准路线而异，是唯一的。

我国规定采用正常高高程系统作为我国高程的统一系统。





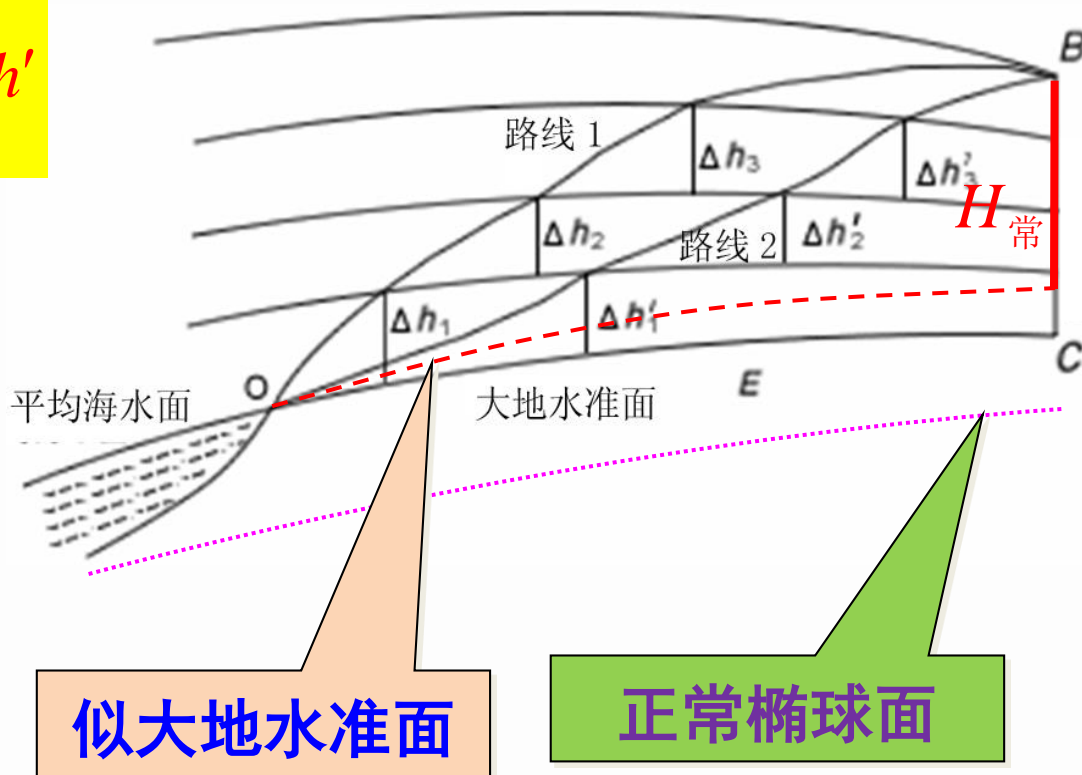
# 三、高程系统

## 3、正常高系统

用水准测量法确定地面点正常高原理

$$H_{常}^B = \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1^B g dh = \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1^B g' dh'$$

$$\begin{aligned}
 H_{常}^B &= \int_1^B dh \\
 &+ \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1^B (\gamma_0 - \gamma_0^B) dh \\
 &+ \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1^B (g - \gamma) dh
 \end{aligned}$$





## 三、高程系统

### 3、正常高系统

用水准测量法确定地面点正常高原理

$$H_{\text{常}}^B = \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1 g dh = \frac{1}{\gamma_m^B} \int_2 g' dh'$$

$$H_{\text{常}}^B = \int_1 dh + \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1 (\gamma_0 - \gamma_0^B) dh + \frac{1}{\gamma_m^B} \int_1 (g - \gamma) dh$$

$$H_{\text{常}}^B - H_{\text{常}}^A = \int_{AB} dh + \varepsilon + \lambda$$

正常位水准面不平行引起的改正：

$$\varepsilon = -0.0000015395 \sin 2\varphi_m \Delta\varphi' H_m$$

空间重力异常引起的高差改正：

$$\lambda = \Delta g_m \cdot \Delta h \cdot 10^{-6} (1 + \Delta \gamma \cdot 10^{-6})$$





## 正高 $H_{\text{正}}$ 和正常高 $H_{\text{常}}$ 的差异

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{正}}^B &= \frac{1}{g_m^B} \int_0^B g dh \\ H_{\text{常}}^B &= \frac{1}{\gamma_m^B} \int_0^B g dh \end{aligned} \right\} \Rightarrow \int_0^B g dh = H_{\text{正}}^B \cdot g_m^B = H_{\text{常}}^B \cdot \gamma_m^B$$
$$\Rightarrow H_{\text{正}}^B = \frac{\gamma_m^B}{g_m^B} H_{\text{常}}^B = \frac{\gamma_m^B + g_m^B - g_m^B}{g_m^B} H_{\text{常}}^B = H_{\text{常}}^B - \frac{g_m^B - \gamma_m^B}{g_m^B} H_{\text{常}}^B$$
$$\Rightarrow H_{\text{正}}^B - H_{\text{常}}^B = \frac{g_m^B - \gamma_m^B}{g_m^B} H_{\text{常}}^B$$

通过公式计算任意一点正常高和正高之差，也即任意一点似大地水准面与大地水准面之差的差值，在山区二者差异不超过4m，平原地区不超过0.5m，海面上两者相等。这就是说在海洋面上，大地水准面和似大地水准面重合，所以大地水准面的高程原点对似大地水准面也是适用的。





## 三、高程系统

### 6、重力位数系统

正高系统、正常高系统各有优缺点，但它们同时并存不仅使整个国家或地区的高程系统不能统一，也增加了总体水准测量结果联合处理的困难。不难看出，这两种高程都有一个共同部分： $\int gdh$ ，它是高程点所在位置对大地水准面具有的位能，称其为重力位数。

$$p = \int gdh \quad (GPU)$$

$$1 \text{ GPU} = 1 \text{ 千伽米} = 10^5 \text{ 厘米}^2/\text{秒}^2$$







### 三、高程系统

大地高	几何意义	
正高	物理意义	$H_{\text{正}} = \frac{1}{g_m} \int g dh$
正常高	半物理意义	$H_{\text{常}} = \frac{1}{\gamma_m} \int g dh$
力高	物理意义	$H_{\text{力}} = \frac{1}{\gamma_{45^\circ}} \int g dh$
重力位数	物理意义	$p = \int g dh$





# 高程系统小结

正高 ( $H_g$ ) — 地面点沿通过该点的铅垂线到达大地水准面的距离；基准面—**大地水准面**

$$H_g = -\frac{1}{g_m \text{ Geoid}} \int^P g(h) dh$$

正常高 ( $H_\gamma$ ) — 地面点沿通过该点的铅垂线到似大地水准面的距离；基准面—**似大地水准面**

$$H_\gamma = -\frac{1}{\gamma_m \text{ Geoid}} \int^P g(h) dh$$

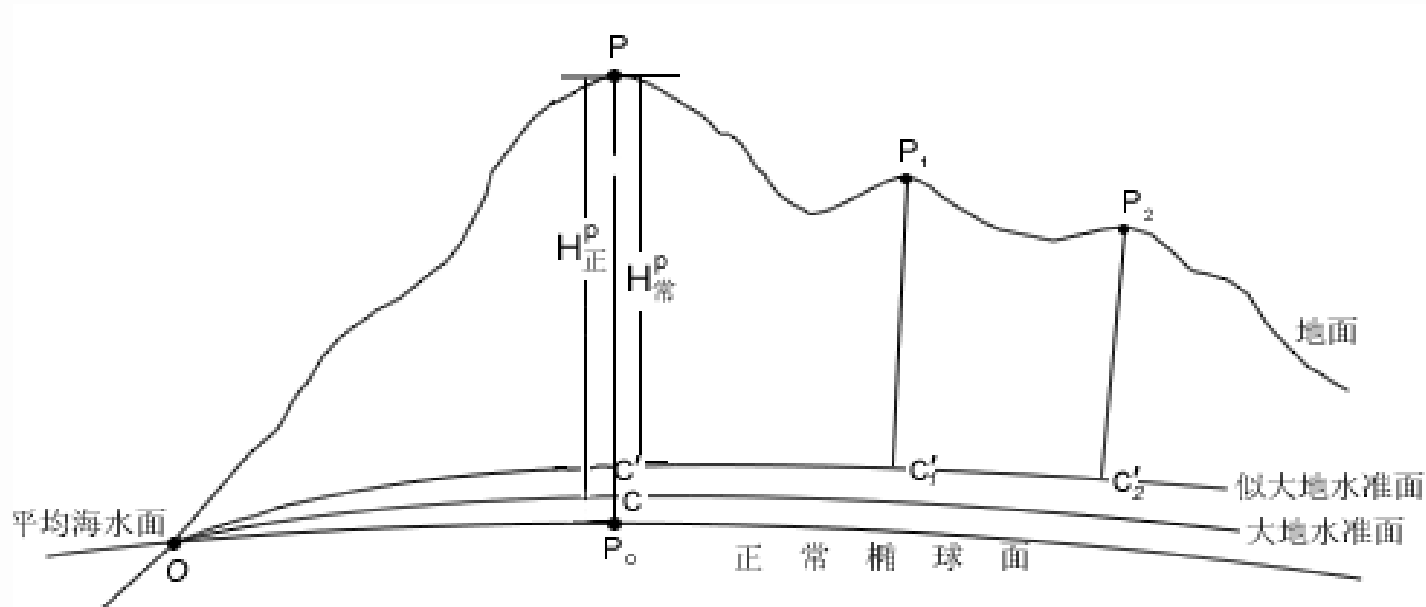
大地高 ( $H$ ) — 地面点沿通过该点椭球面法线到椭球面的距离；基准面—**参考椭球面**





# 三、高程系统

## 三种高程系统的关系：



$$H_{大}^P = H_{正}^P + N^P$$

$N$ 为大地水准面差距

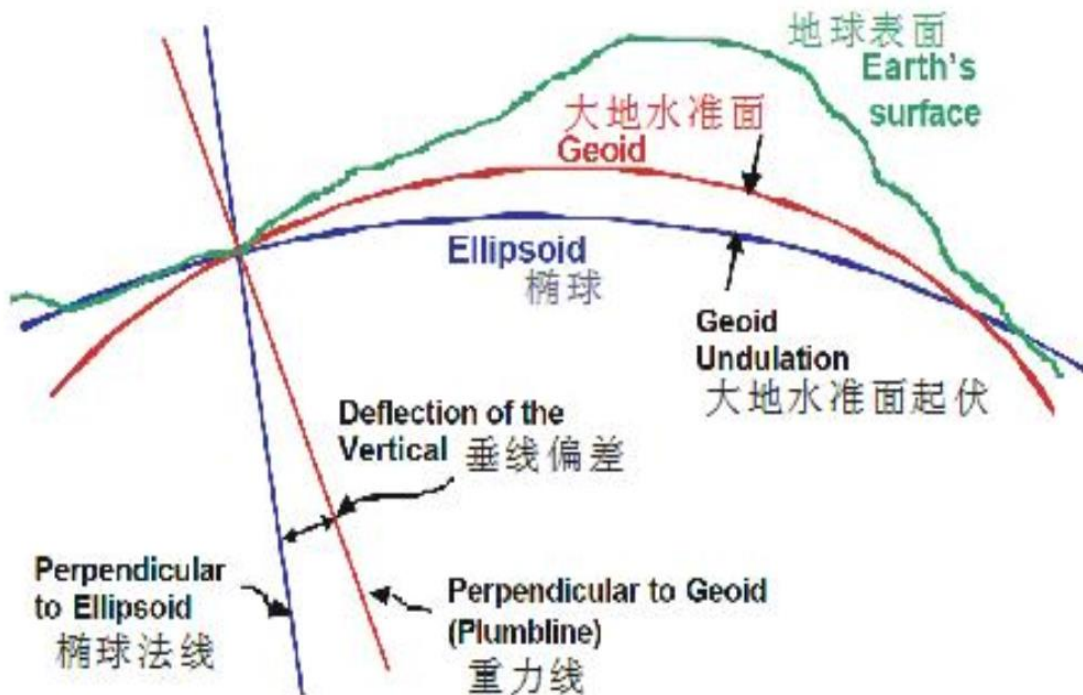
$$H_{大}^P = H_{常}^P + \zeta^P$$

$\zeta$ 为似大地水准面差距（高程异常）





# 地球表面、参考椭球面与大地水准面



似大地水准面  
与大地水准面  
差距：  
山区：米级  
平原：厘米级  
海平面：零





## 四、国家高程基准

为了建立全国或全球统一的高程系统，必须确定一个高程基准面。

- **高程基准面：**就是地面点高程的统一起算面，由于大地水准面所形成的体形——大地体是与整个地球最为接近的体形，因此通常采用大地水准面作为高程基准面。
- **高程基准面的确定：**在海洋近岸的一点处竖立水位标尺，成年累月地观测海水面的水位升降，根据长期观测的结果可以求出该点处海洋水面的平均位置，假定大地水准面就是通过这点处实测的平均海面。







## 四、国家高程基准

---

大地水准面是假想海洋处于完全静止和平衡状态时的海水面，并延伸到大陆地面以下所形成的闭合曲面。事实上，作为高程基准面的大地水准面受潮汐、风力和大气压的等因素的影响，总是存在着不断的升降运动，如何解决大地水准面的稳定性？

**验潮站：**为掌握海水变化的规律而进行的长期观测海水面水位升降的工作称为验潮，进行这项工作的场所叫验潮站。

---



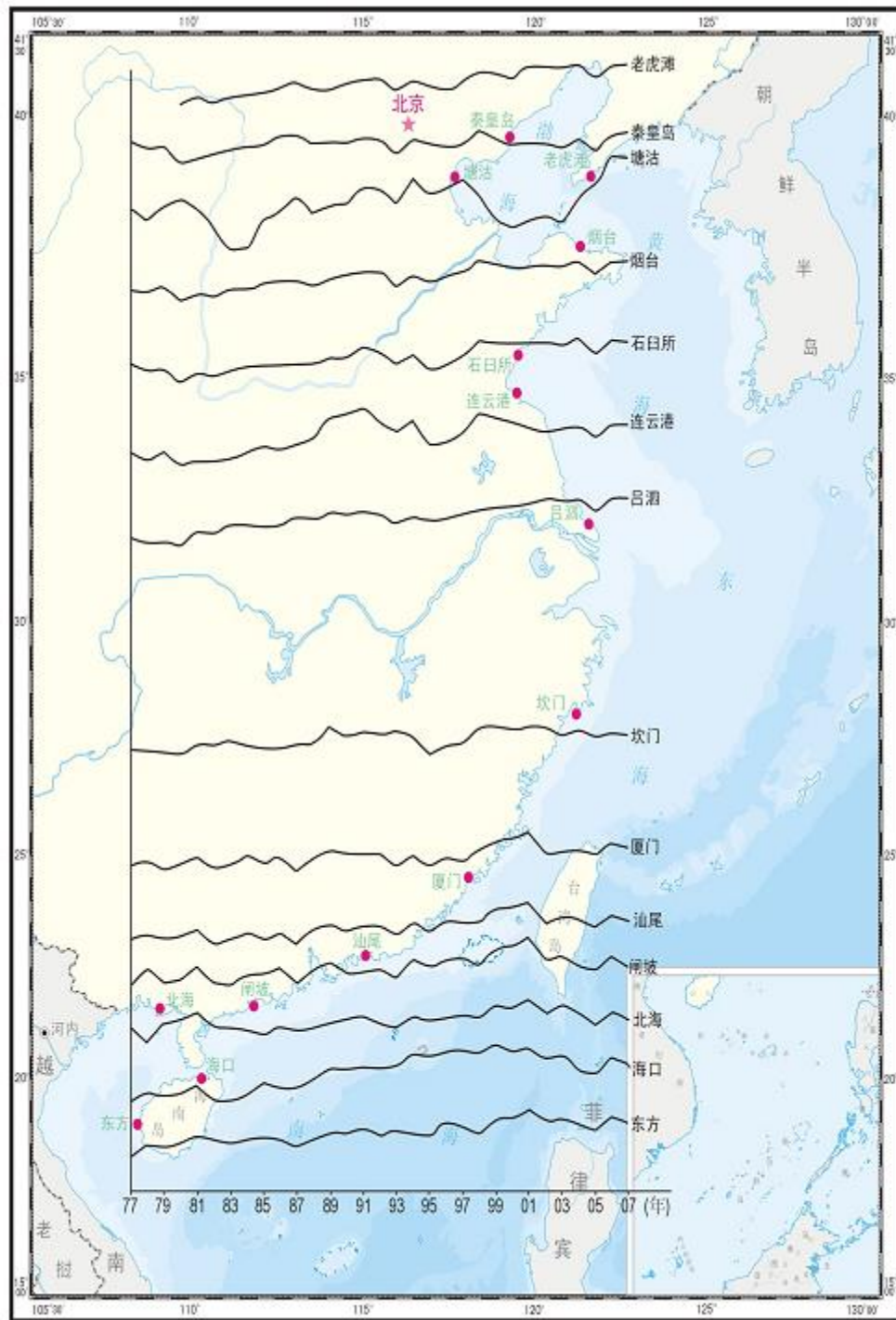


# 验潮站

国家海洋局南海分局闸坡验潮站



中国沿海部分验潮站海平面变化曲线





## 四、国家高程基准

---

- 大地水准面为水准测量的高程基准面。
- 大地水准面与各地平均海水面不同。
- 由于大地水准面高的确定精度，低于水准测量的精度，各国通过验潮确定一个起始高程点，作为高程基准点。
- 不同高程起算点构成不同的系统，它们之间的高程相差可能达到米级。





## 四、国家高程基准

---

**全球高程基准的统一：**采用精密重力测量，确定精确的大地水准面模型，采用卫星测量确定各点精确的大地高，进而在统一的框架确定精确的正高或正常高。

- **局部高程基准主要采用验潮方法。**我国先后采用过的验潮站有：吴淞、达门、青岛、大连等。
  - **青岛验潮站的优势：**位置适中；半日潮有规律；不在江河入海；海面开阔、无岛礁；海底平坦；水深10米以上。
- 







## 四、国家高程基准

---

- **1956年黄海高程系统：**1950年至1956年7年间青岛验潮站的潮汐资料推求的平均海水面作为我国的高程基准面。
  - **1985国家高程基准：**根据青岛验潮站 1952~1979年中取19年的验潮资料计算确定，并从1988年1月1日开始启用。
- 



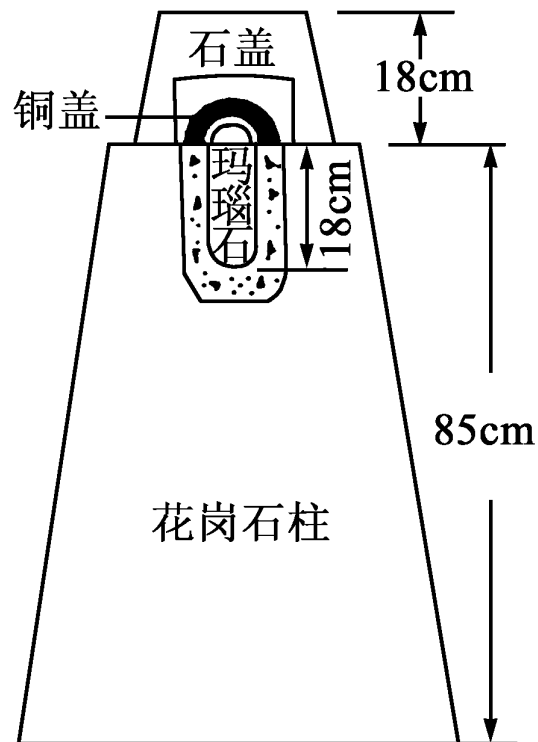




## 四、国家高程基准

### 水准原点

为了长期、牢固地表示出高程基准面的位置，作为传递高程的起算点，必须建立稳固的水准起算点，用精密水准测量方法将它与验潮站的水准标尺进行联测，以高程基准面为零推求水准原点的高程。





## 四、国家高程基准

---

- 1956年黄海高程系统中，我国**水准原点**的高程为72.289m。
- 1985国家高程基准系统中，我国**水准原点**的高程为72.260m。
- 1985国家高程基准与1956国家高程基准的转换关系：

$$H_{1985} = H_{1956} - 0.029m$$





# 四、国家高程基准

我国旧有水准起算基准面与 1956 年黄海平均海水面的关系

表 5-1

旧起算基准面名称	水准点所在地及其编号	旧基准面与 1956 年黄海平均海水面的高程差 (m)	将旧系统化到新系统应加的改正数 (m)
1954 年黄海平均海面	北京水准原点零标志线	-0.081	+0.083
	黄岩北门外 235(1)	-0.116	
	青岛验潮站湖井铜丝	-0.054	
坎门平均海面	验潮站基点 252	-0.146	+0.237
	肖山江边 66	-0.215	
	皖北临淮关 18	-0.349	
吴淞零点	验潮站基点	+2.063	-1.907
	张华浜基点	+2.068	
	佘山基点	+1.630	
	汉口武汉关铜牌线	+1.866	
废黄河零点 (新)	淮阳导淮 BM11 明下	+0.114	-0.063
	淮阳导淮 BM519 明下	+0.069	
	蚌埠导淮 BM142 明	+0.088	
	润河集 75 西	-0.019	
大沽零点	大沽水准原点	+1.526	-1.296
	郑州 PLBBMIL	+1.186	
	天水 I 190 上	+1.175	

附注

1. 各地旧高程系统资料由于施测精度、连测的起算点及成果数据的处理方法不同，其成果与 1956 年黄海高程系高程存在很大差异，表中数据仅供参考；
2. 测区内已有高程系统点尽可能选择部分点与邻近的 1956 年黄海高程系已知点连测，求得换算常数，这样比较可靠；
3. 旧高程系统除上述外，名目尚多，换算关系有待进一步搜集，整理。





## 四、国家高程基准

---

地面上的点相对于高程基准面的高度，通常称为绝对高程或海拔高程，也简称为标高或高程。

例如，珠穆朗玛峰高于“1985国家高程基准”的高程基准面8844.43m，就称珠穆朗玛峰的高程为8844.43m（此高度仅为中国高程基准下测量的高度，而非世界统一基准下的高度。）。

海洋的深度也是相对高程基准面而言的，如太平洋的平均深度为4000m，就是说在高程基准面以下4000m。

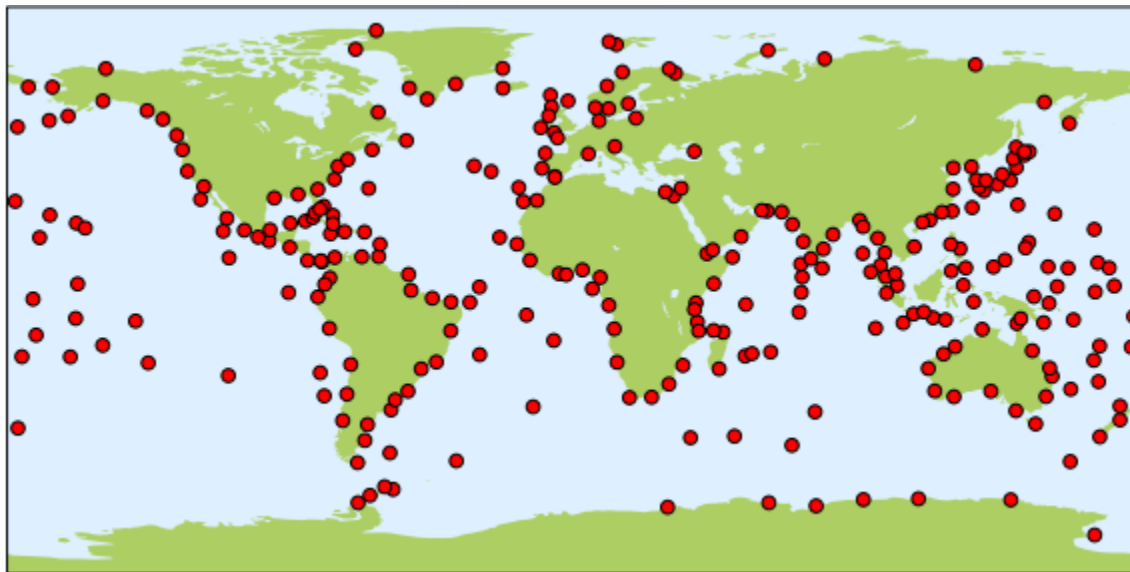
---





# 科学研究 - 海平面变化监测

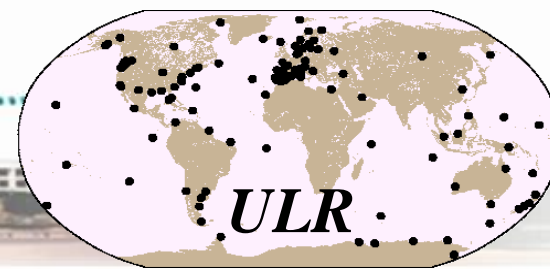
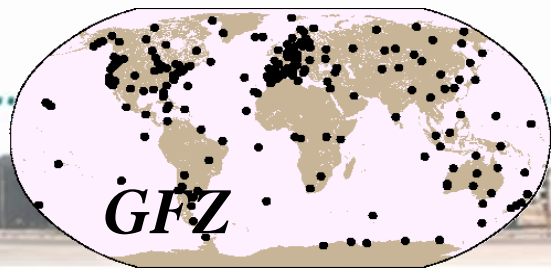
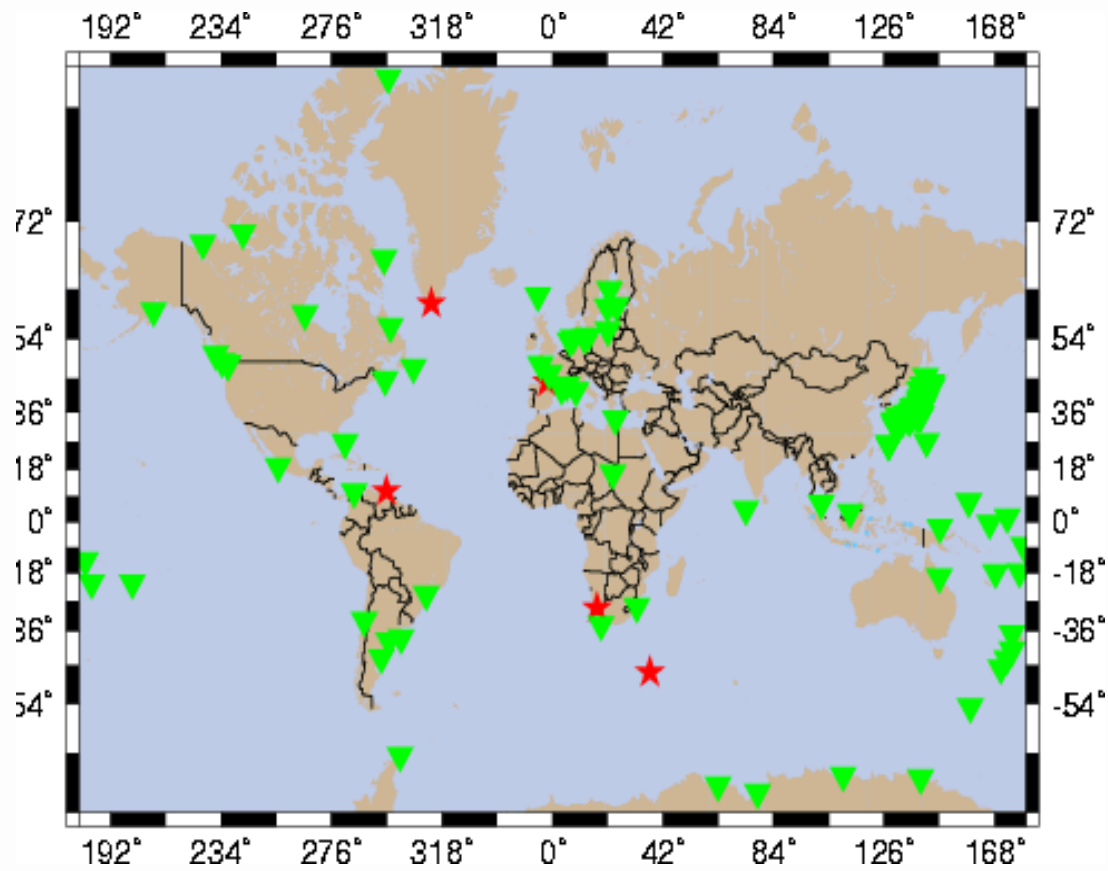
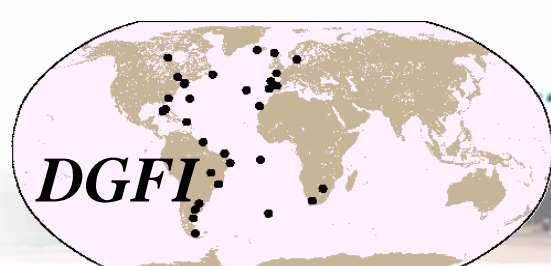
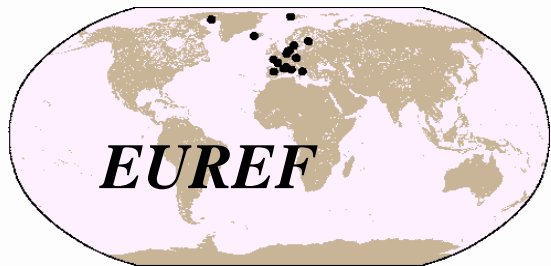
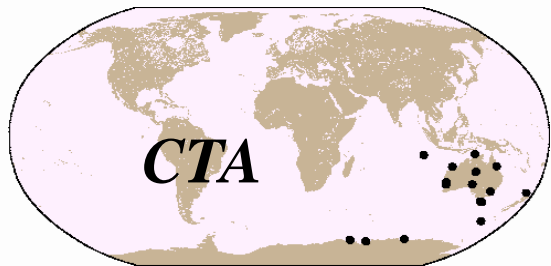
- 基于验潮站获取**我国**海平面变化
- 基于验潮站获取**全球**海平面变化
- 利用长期验潮站资料构建**海潮模型**。





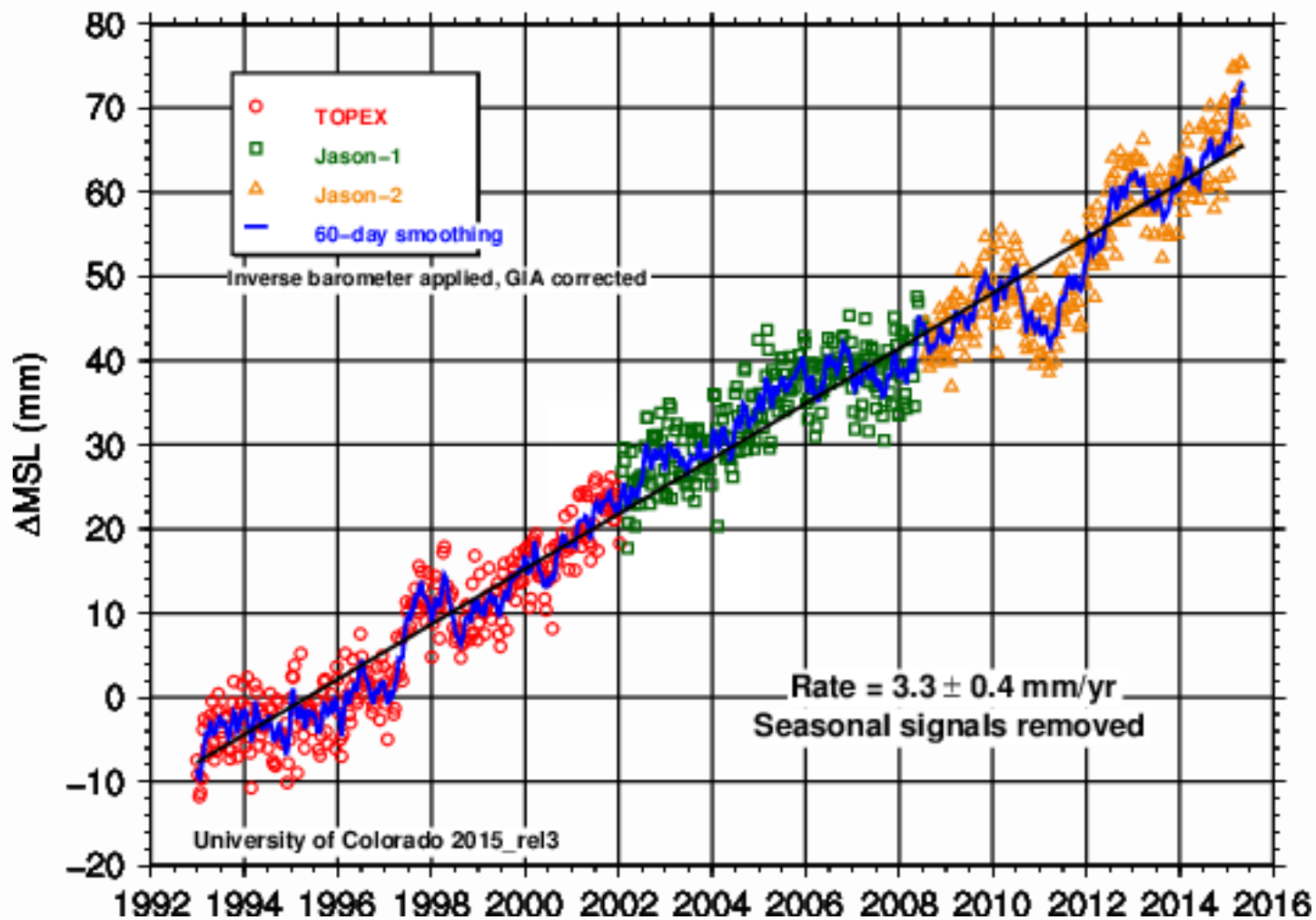


# TIGA Network





# 基于卫星测高获取的全球海平面变化

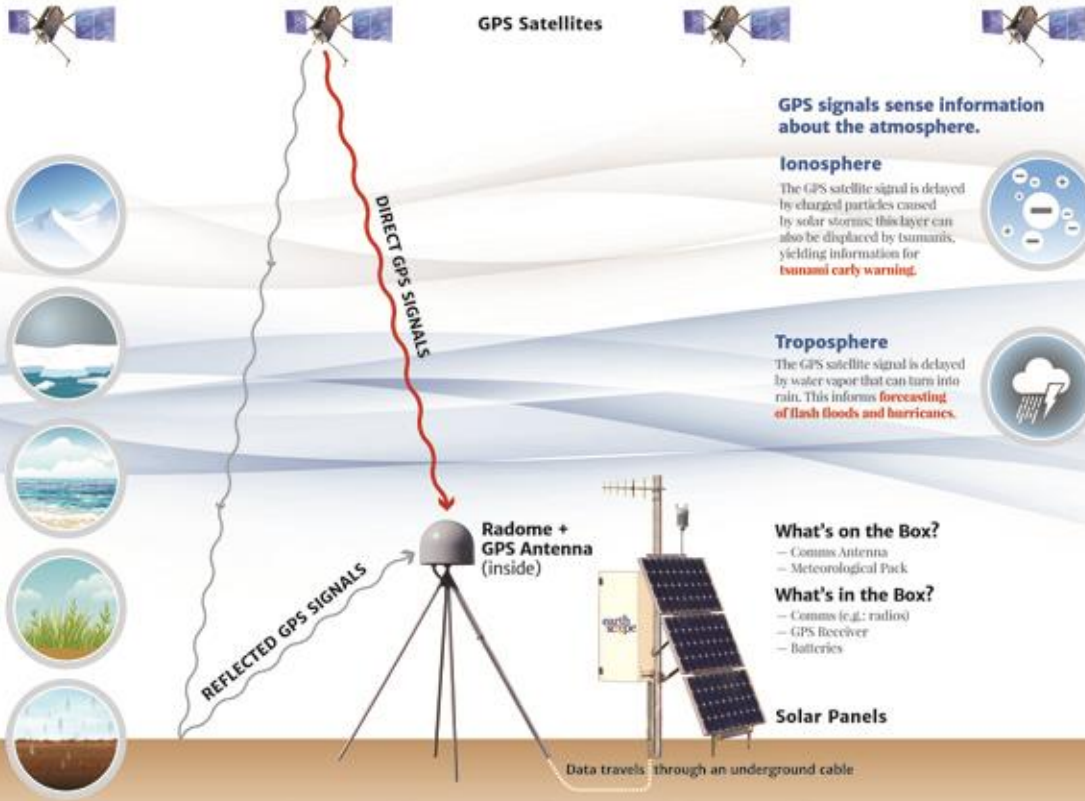


# What GPS can tell us about the Earth

High-precision GPS\* Stations measure natural phenomena and hazards.

Reflected signals give us information about the Earth's water cycle.

- Snow Depth**  
GPS provides remote **snow depth measurements** in hard-to-reach areas.
- Ice Height**  
Changing ice heights indicate **how much freshwater** is stored by or being lost from glaciers.
- Sea Level**  
As a **tide gauge**, GPS can measure local, regional, and global changes in sea level.
- Vegetation**  
GPS can measure the onset of **plant growth**, plant aging, maximum vegetation growth, and the length of the growing season.
- Soil Moisture**  
Soil moisture measured over broad regions indicates **how much precipitation** evaporated back into the atmosphere.



GPS signals sense information about the atmosphere.

### Ionosphere

The GPS satellite signal is delayed by charged particles caused by solar storms; this layer can also be displaced by humans, yielding information for **tsunami early warning**.



### Troposphere

The GPS satellite signal is delayed by water vapor that can turn into rain. This informs **forecasting of flash floods and hurricanes**.



### What's on the Box?

- Comm. Antenna
- Meteorological Pack

### What's in the Box?

- Comm. (e.g., radios)
- GPS Receiver
- Batteries



GPS positions give us information about the Earth's many systems.

### Tectonics

GPS measures Earth movements as slow as millimeters per year; it's sensitive enough to record the **tiny motions of plate tectonics**.

### Water Resources

The ground moves up and down slightly in response to changes in lake, snow, and groundwater levels, useful in **monitoring drought**.

### Glacier

Glaciers weigh down and depress the Earth's surface, which rebounds as glaciers melt away. This motion gives important information about Earth **structure and changing shorelines**.

### Earthquakes

GPS measures both the slow build-up to earthquakes and the rapid movement during a quake, crucial for **hazards assessments and early warning systems**.

### Volcanoes

Many volcanoes inflate and deflate like a balloon as magma pressures fluctuate. GPS also measures **ash plume height** based on changes in the satellite signals traveling through the ash.

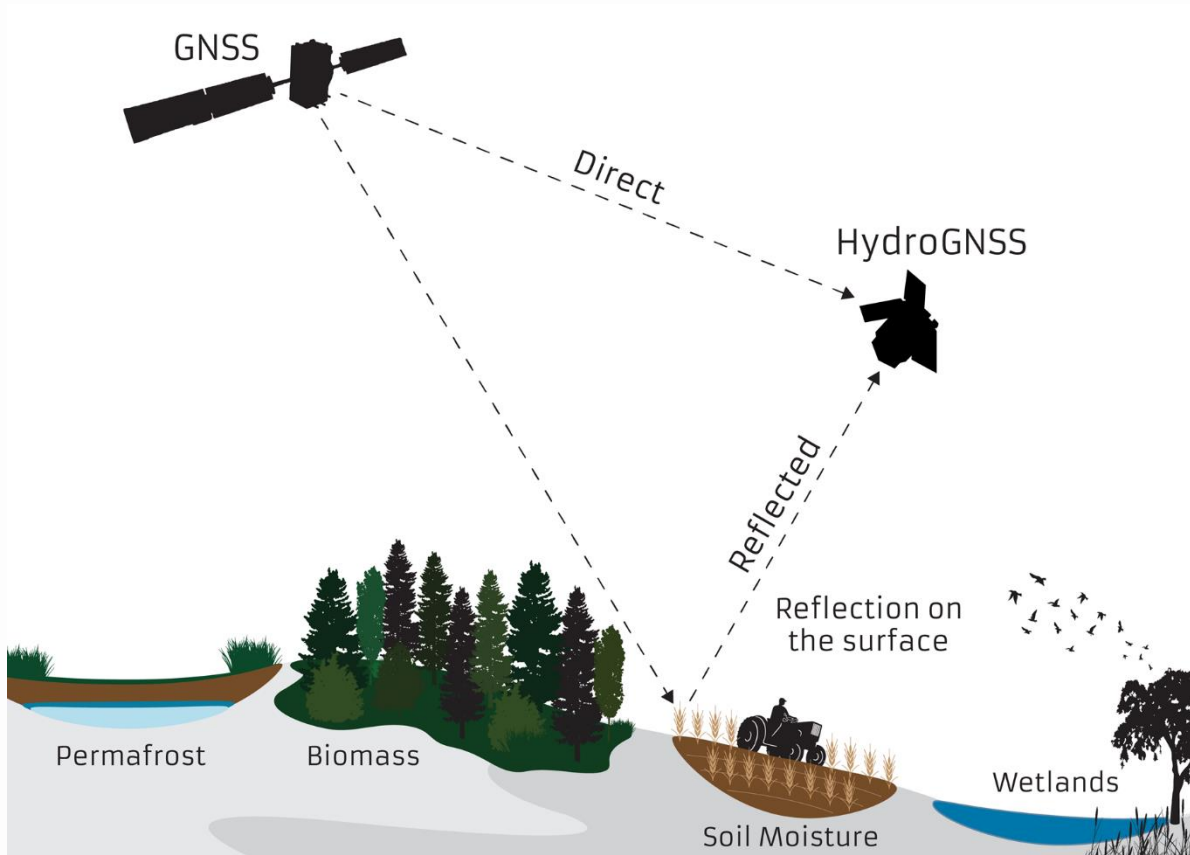
\* GPS is the U.S. global navigation satellite system (GNSS). The principles here can be extended to all GNSS systems.



UNAVCO



earth scope

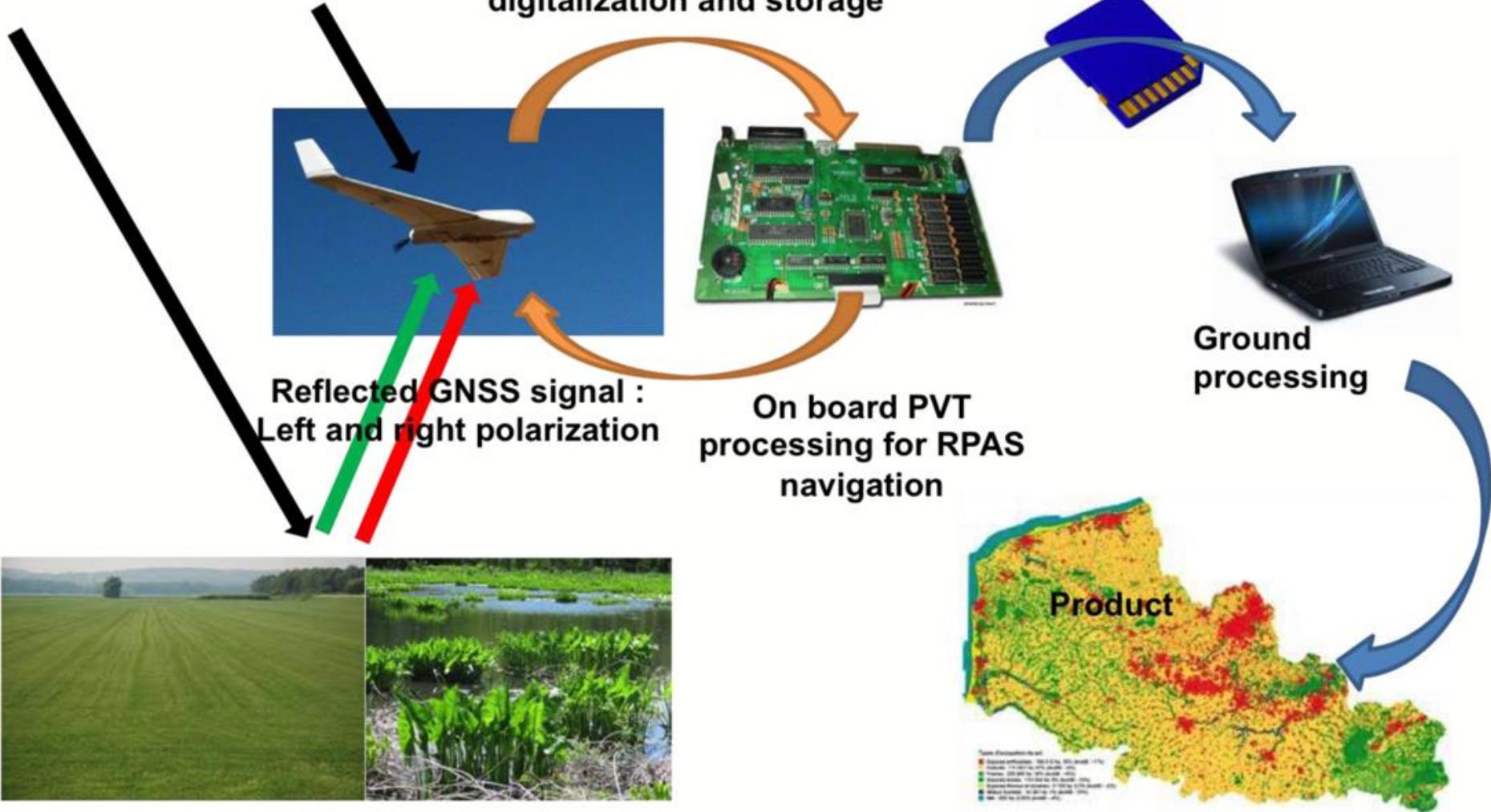






Direct GNSS signal

On board GNSS digitalization and storage







# 珠穆朗玛峰测高





# 珠穆朗玛峰测高

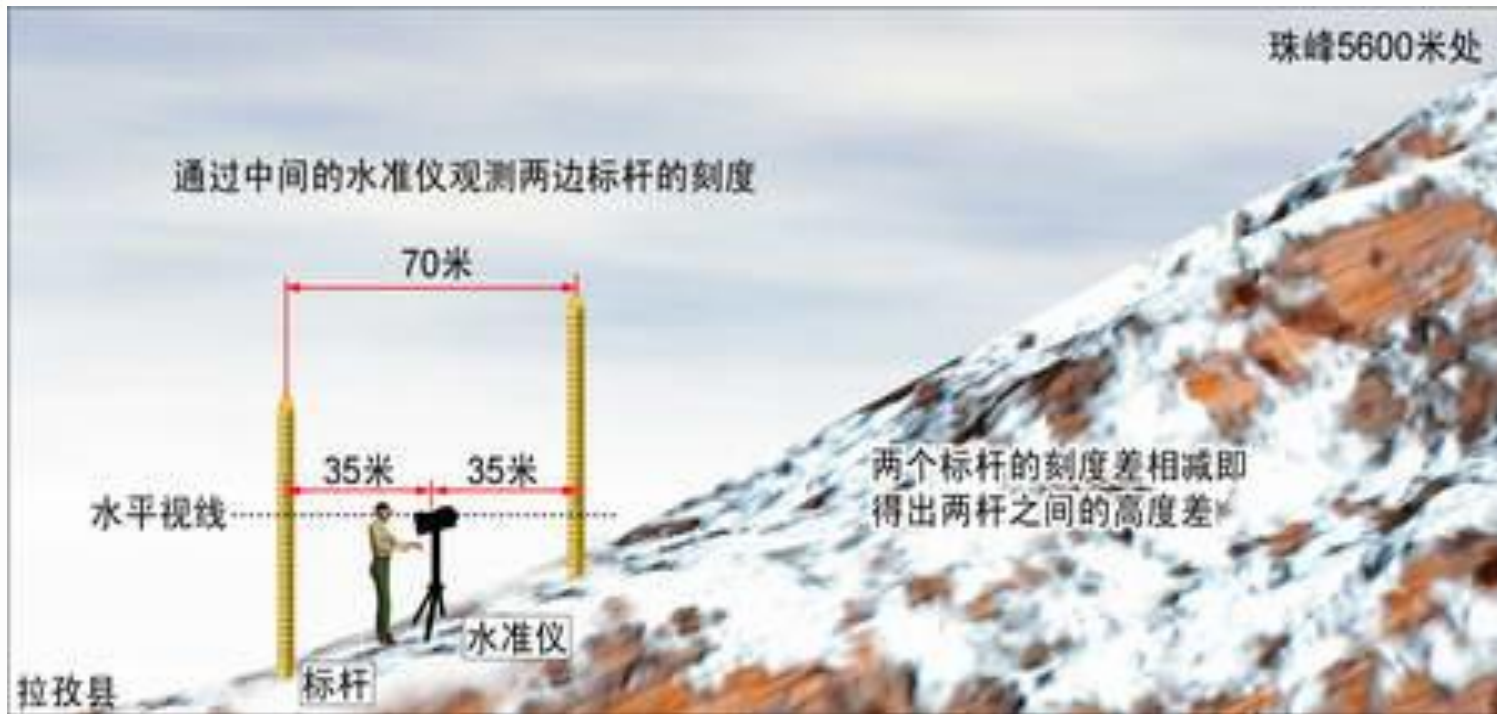


珠峰——地球之巅

由印度次大陆与亚洲大陆的碰撞产生的珠穆朗玛峰是世界最高峰，位于中国与尼泊尔边境，长期为世人所关注。1975年中国第三次（1959、1966）计算出珠峰峰顶海拔高程为8848.13m，2005年第四次测高更新为8844.43m。



# 第一阶段：海拔5600米之前——水准测量法



水准测量是指从最初的基准点——青岛海拔基本面开始，每35米设立一个标杆，用水准测量仪测出两根标尺之间的高差，然后高差累加起来，直到珠峰5600米处。一等水准能把误差控制在每公里0.5毫米以内，是目前世界上最精确的方法。拉孜县的海拔5100m早在1997年就已经测定，测到海拔5600m高原地区每天只能行进4公里，而在平原每天至少能走8公里（陕西测绘局国测一大队）。





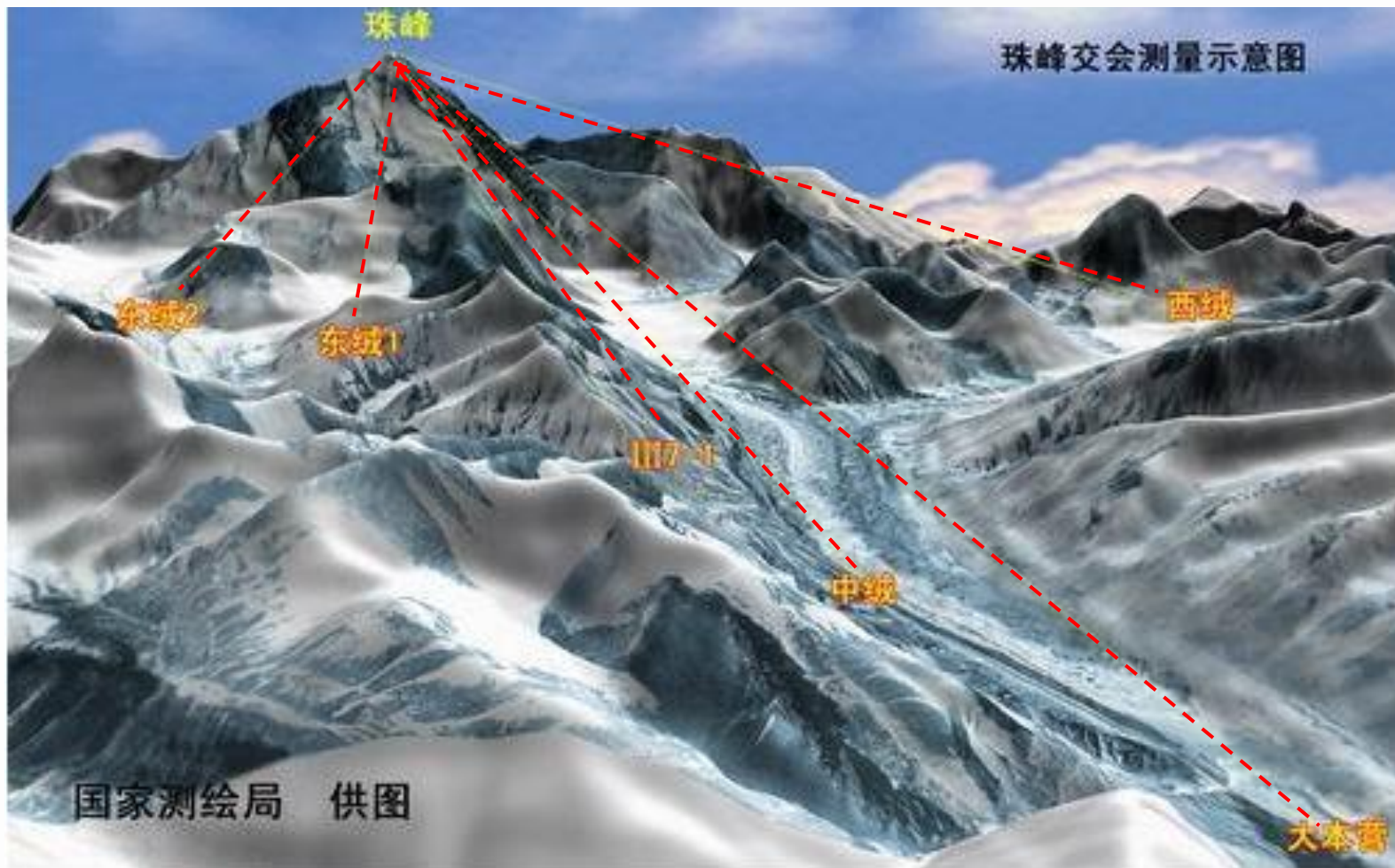
## 第二阶段：海拔5600米以后—6点联测确保精度

- ✓ 6点联测（三角高程）
- ✓ 测角、测距
- ✓ GPS联测（双保险）
- ✓ 气象观测
- ✓ 冰雪深雷达
- ✓ 永久觇标8300m
- ✓ 重力测量





# 珠峰交会测量







# 珠峰变矮3.7m的原因

- 两次测得的冰雪深度不同（雷达探测）
- 珠峰“身高”的起算点—大地水准面的计算结果较上次更为精确
- 全球变暖导致冰雪层的厚度总体上呈现变薄





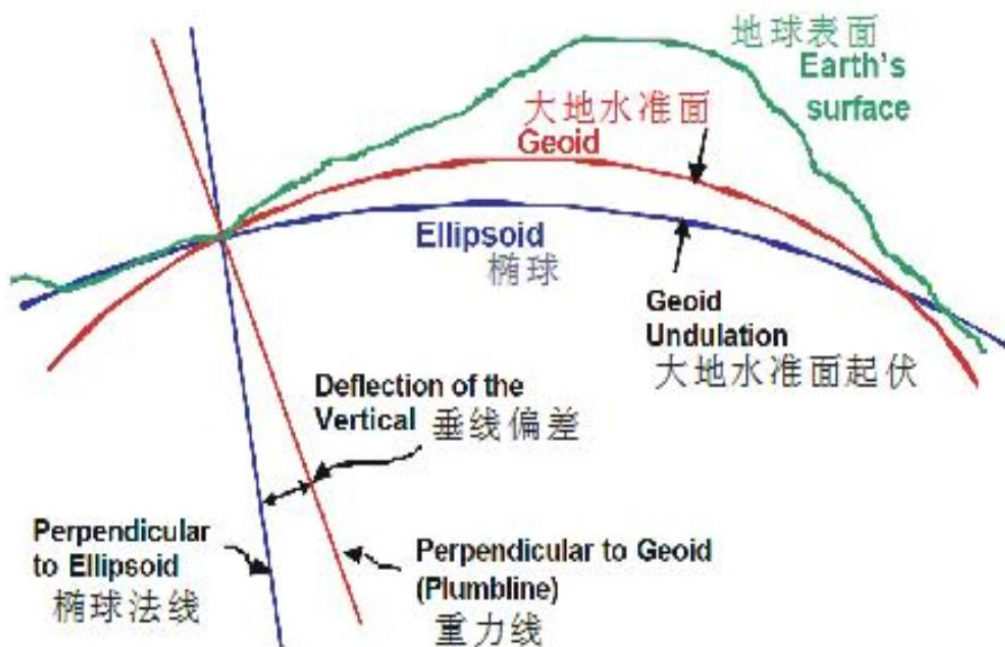
# 垂线偏差的测定





## 五、垂线偏差的测定

**垂线偏差**：地面一点上的重力向量 $g$ （**外业测量基准线**）和相应椭球面上的法线向量 $n$ （**内业计算基准线**）之间的夹角定义为该点的垂线偏差。



**垂线同总地球椭球（或参考椭球）法线构成的角度称为绝对（或相对）垂线偏差，统称为天文大地垂线偏差。**

**垂线偏差可用于计算高程异常、大地水准面差距、推求总地球椭球或参考椭球的大小，形状和定位，并用于外业测量数据归算。**



## 五、垂线偏差的测定

地面不同点的垂线偏差不同由许多因素引起。它们的变化一般来说是平稳的，在大范围内具有系统性质，总体上的变化主要是由大地水准面的长波和所采用的椭球参数等原因所致。除此之外，垂线偏差在某些局部还具有突变的性质，且有很大幅度，这主要是由于地球内部质量密度分布的局部变化、高山、海沟及其他不同地貌等因素引起的。

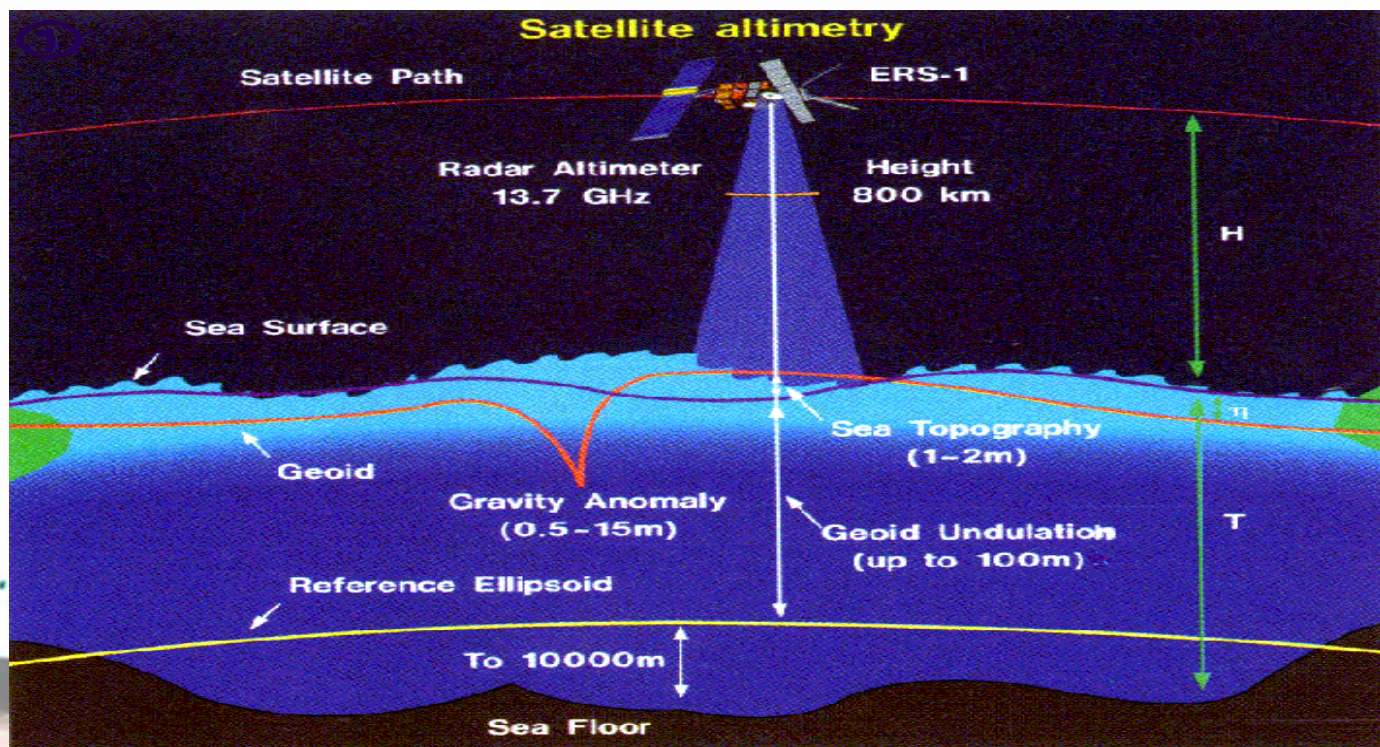
测定垂线偏差方法：

天文大地测量

重力测量

天文重力

GPS测量







## 五、垂线偏差的测定

### 测定垂线偏差的基本方法

#### 1)、天文大地测量

在天文大地点上，测定其大地坐标（L，B）和其天文坐标（ $\lambda$ ， $\phi$ ），利用下式便可计算该点的垂线偏差。

$$\xi = \phi - B$$

$$\eta = (\lambda - L)\cos\phi$$







# 五、垂线偏差的测定

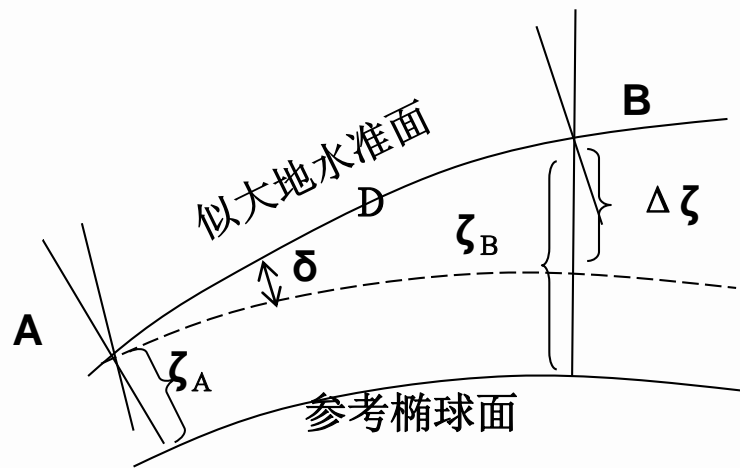
## 测定垂线偏差的基本方法

### 2)、GPS测量

某点的垂线偏差等于在该点处大地水准面与参考椭球面的夹角。它在某一个方向的分量等于该方向上大地水准面与参考椭球面的夹角。

如图GPS基线AB， $\delta$ 为大地水准面与参考椭球面的夹角，D为A，B两点距离。 $\zeta_A$ ， $\zeta_B$ 为其高程异常， $\Delta\zeta = \zeta_B - \zeta_A$ ，基线方向垂线偏差分量计算公式为：

$$\delta_i = \xi_i \cos A_i + \eta_i \sin A_i$$





## 五、垂线偏差的测定

### 测定垂线偏差的基本方法

#### 2)、GPS测量方法

当A, B相距不远时, 垂线偏差可认为是呈线性变化, 那么有:

$$\Delta\zeta = -\frac{\delta_A + \delta_B}{2} D$$

设 $\delta_A = \delta_B = \delta$ , 则有:

$$\Delta\zeta = -\delta \cdot D \Rightarrow \delta = -\frac{\Delta\zeta}{D}$$

只要测出基线长 $D$ , 大地方位角 $A$ , 高程异常差 $\Delta\zeta$ , 根据式便可求得 $\xi, \eta$ 。对多条基线, 可用最小二乘法求解。简化公式只能在地形平坦、基线不长、精度要求较低时使用。



# 大地水准面差距





## 六、大地水准面差距的测定

**大地水准面**是描述**地球形状**的一个重要物理参考面，也是海拔**高程系统**的起算面。**大地水准面**的确定是通过确定它与参考椭球面的间距——**大地水准面差距**（对于似大地水准面而言，则称为高程异常）来实现的。

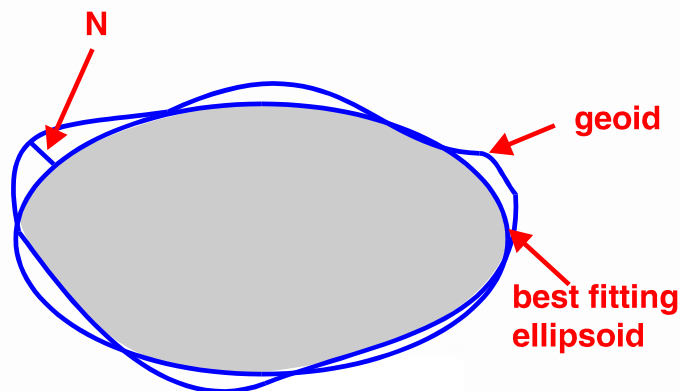
**大地水准面差距**是从大地水准面沿法线到地球椭球体面的距离。包括：①**绝对大地水准面差距**：指从大地水准面沿法线到总椭球面的距离，可用卫星大地测量方法求得，亦可根据全球重力数据按斯托克斯 $G \cdot G \cdot Stokes$ 公式计算；②**相对大地水准面差距**：是大地水准面沿法线到参考椭球面的距离，可用天文水准测量或天文重力水准测量方法求得，亦可用空间测量技术测取。





## 六、大地水准面差距的测定

# Ellipsoid vs. Geoid



- Ellipsoid
  - Simple Mathematical Definition
  - Described by Two Parameters
  - Cannot Be 'Sensed' by Instruments
- Geoid
  - Complicated Physical Definition
  - Described by Infinite Number of Parameters
  - Can Be 'Sensed' by Instruments

参考椭球面的目的？

大地水准面的目的？

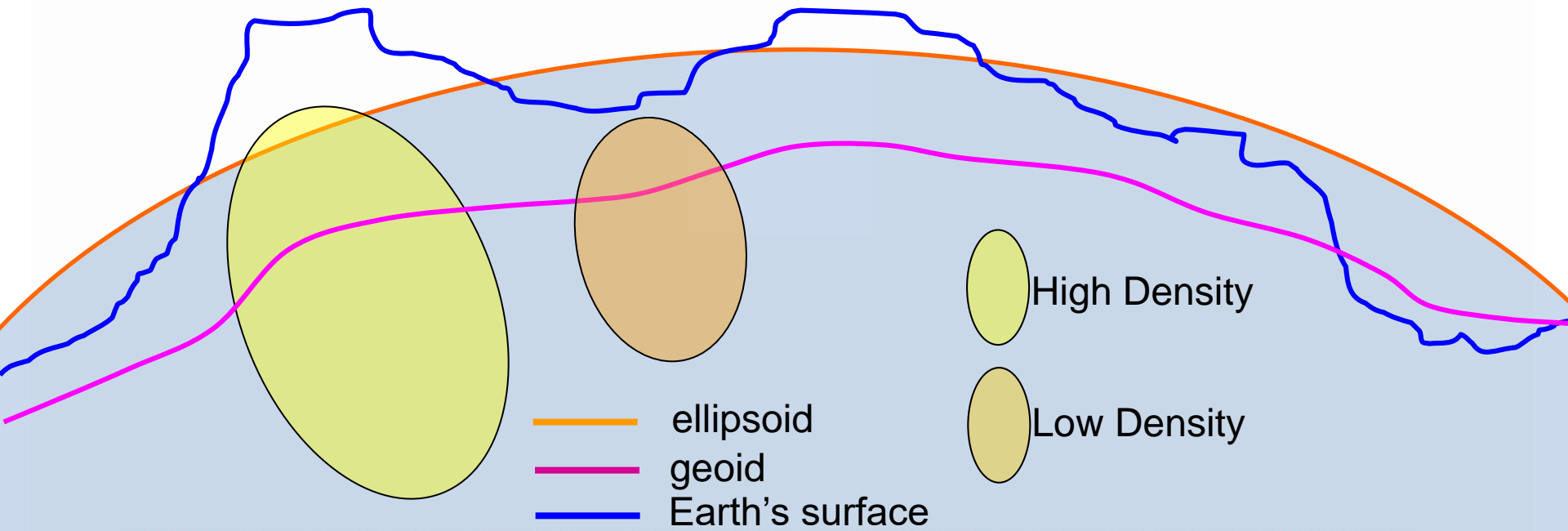
两者联系？





# 六、大地水准面差距的测定

## Ellipsoid vs. Geoid





H = elevation relative to geoid (orthometric or NAVD88)



relative (GRS80)  
between

They are instead referenced to the GRS80 ellipsoid, that squashed sphere that best fits the earth and is used for NAVD83. The geoid is the equipotential surface of the earth's attraction and rotation which, on the average, coincides with mean sea level in the open ocean.

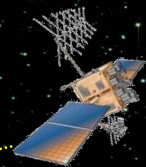
To convert GPS derived heights to the NAVD88 you must use the latest geoid model (currently Geoid03)

GPS heights are not related to either orthometric or hydraulic/tidal elevations. Let's take a look at the difference between datasets and traditionally were obtained from geodetic leveling

$$h = H + N$$

Ellipsoid (GRS80)  
Earth's Surface

Geoid

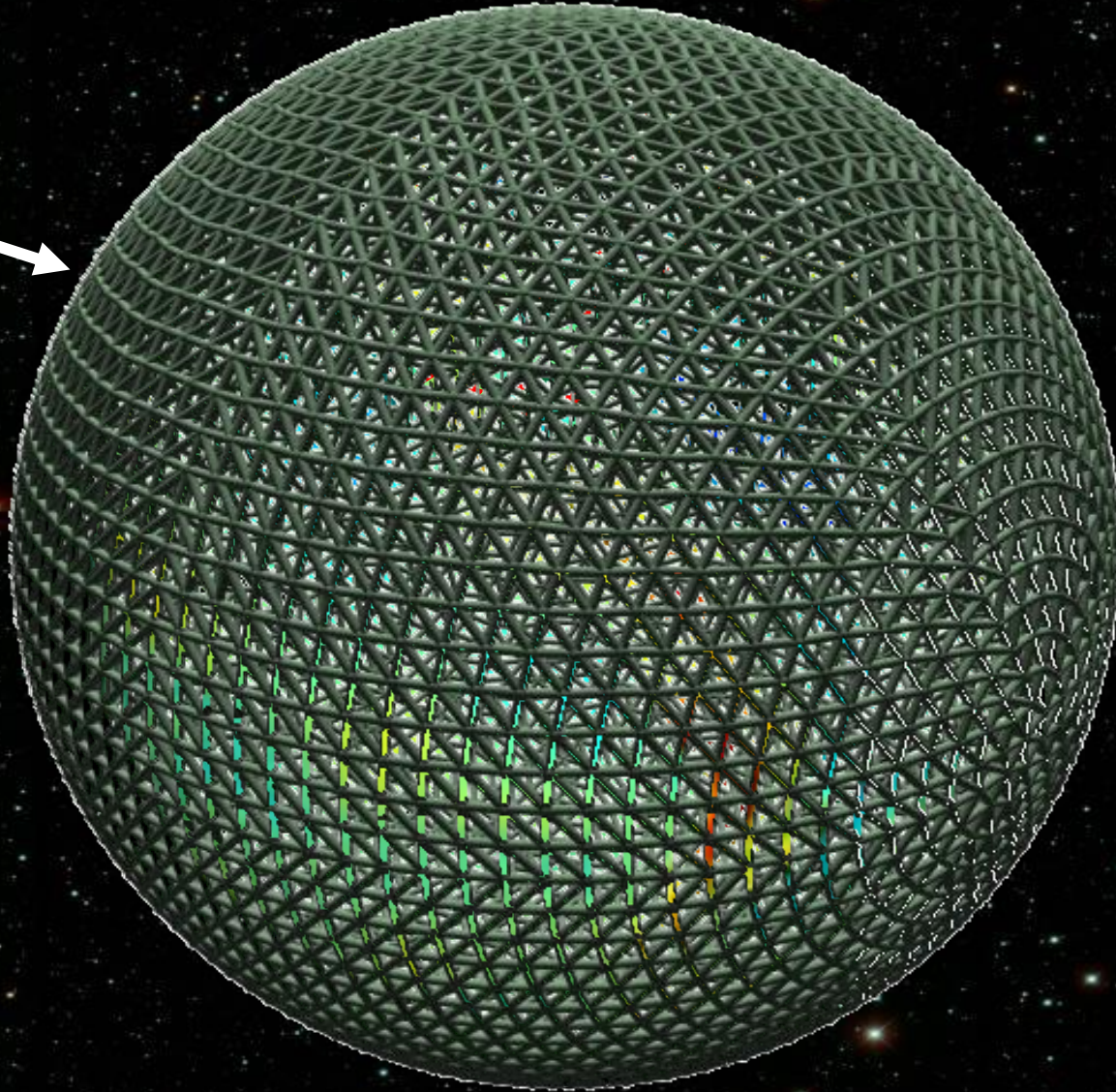




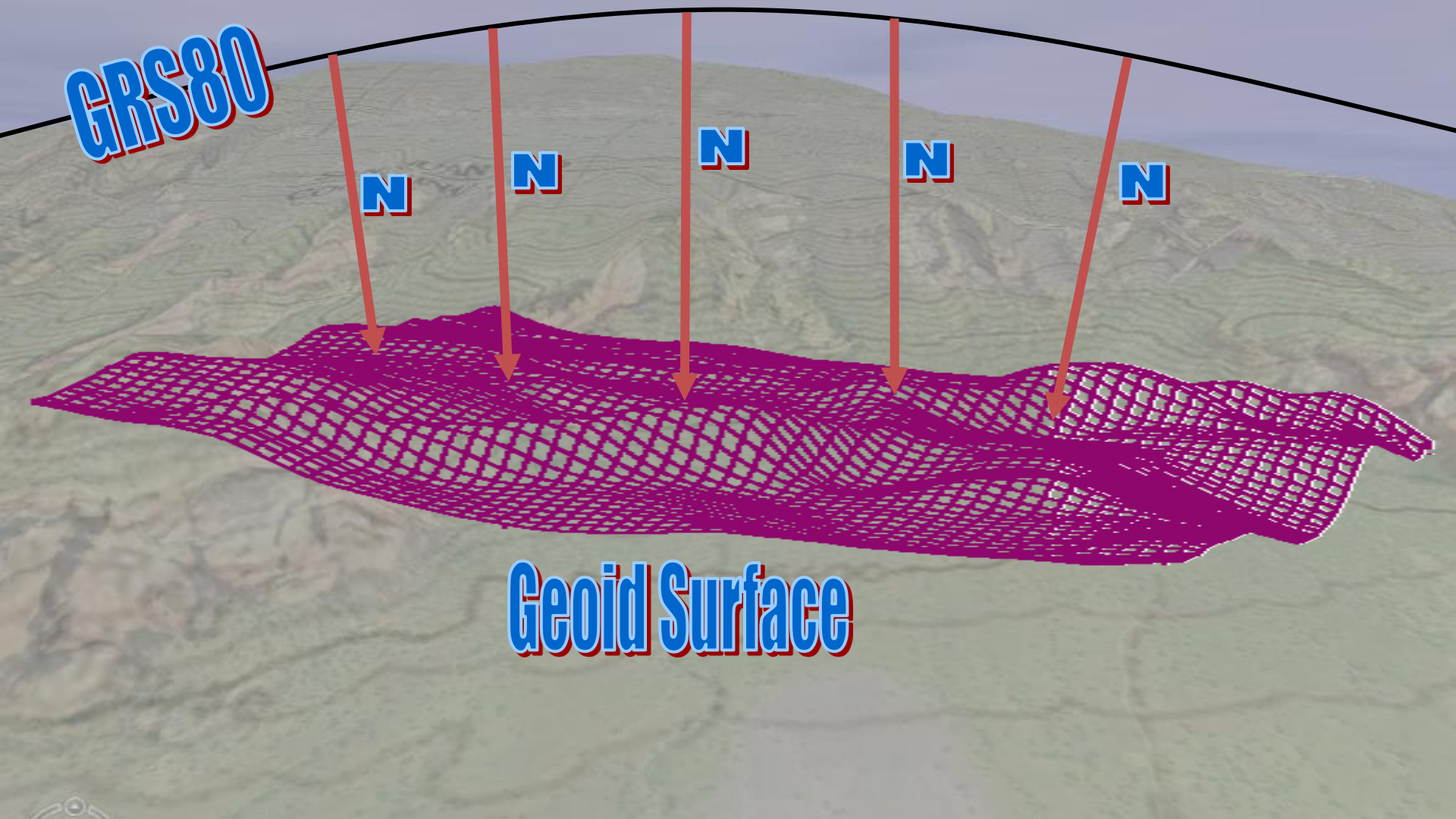
# Geoid Model



**GRS80** →



# Geoid Model



**GRS80**

**N**

**N**

**N**

**N**

**N**

**Geoid Surface**

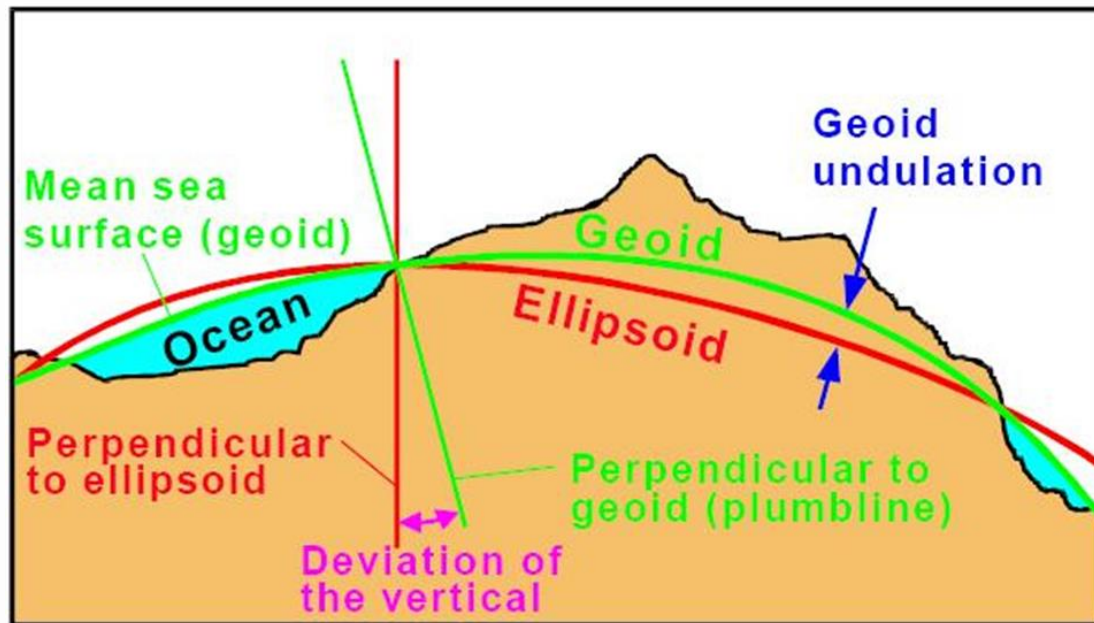




## 六、大地水准面差距的测定

测定大地水准面差距一般有以下几种方法：

- 地球重力场模型
- 斯托克司公式
- 卫星无线电测高
- GPS高程拟合法
- 最小二乘配置







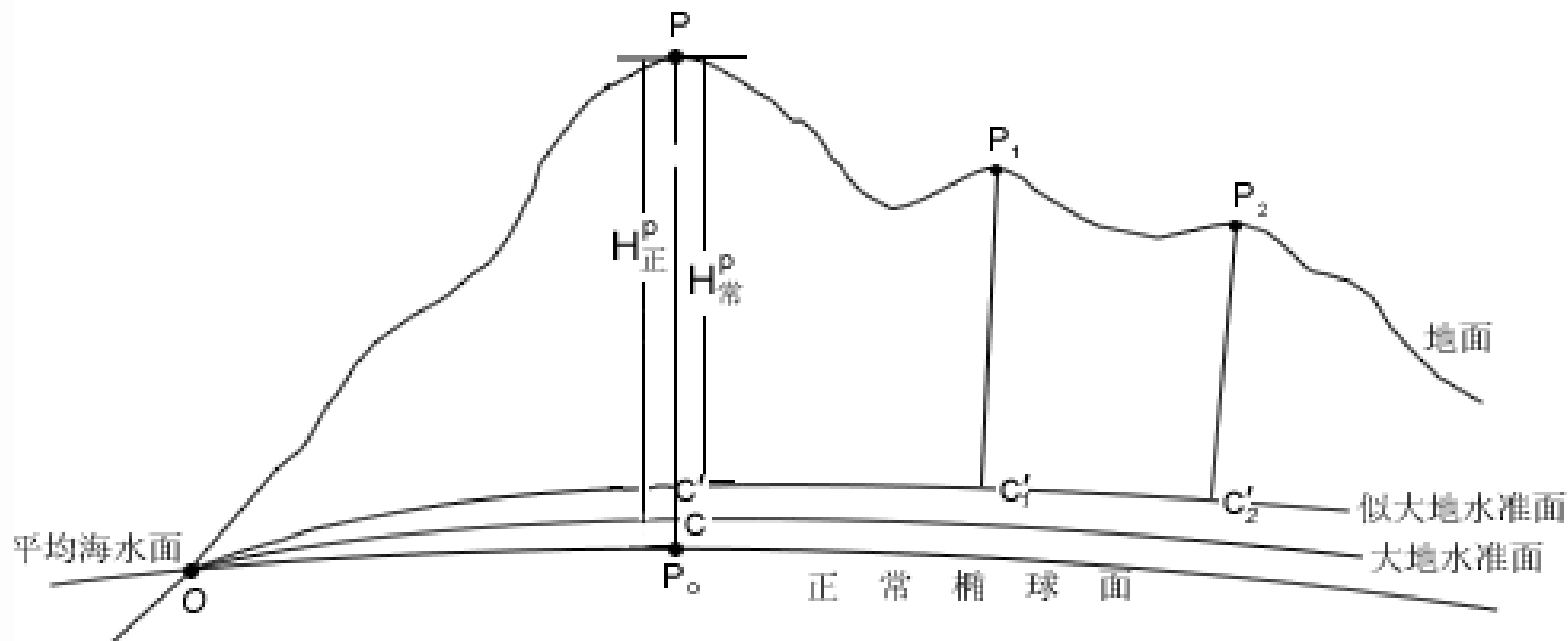
---

# 大地水准面精化 - GPS水准





## 三种高程系统的关系



$$H_{大}^P = H_{正}^P + N^P$$

$N$ 为大地水准面差距

$$H_{大}^P = H_{常}^P + \zeta^P$$

$\zeta$ 为似大地水准面差距（高程异常）





# GPS水准

众所周知，实际应用中的地面点高程是以似大地水准面为起算面的正常高，而GPS高程是以WGS-84椭球面为基准的大地高。两者之间相差为高程异常 $\zeta$ ，显然，如果知道了各GPS点的高程异常 $\zeta$ ，则可由各GPS点的大地高求得各点的正常高。





# GPS水准

我国似大地水准面主要是采用**天文重力方法**测定的，其精度为**1m**左右，因此很难直接由GPS大地高求得正常高。目前在小区域范围内，常采用**GPS水准**的方法较为精确地计算GPS点的正常高。

所谓**GPS水准**就是在小区域范围的GPS网中，用**水准测量**的方法联测网中若干GPS点的正常高(这些联测点称为公共点)，那么根据各GPS点的大地高就可求得各公共点上的高程异常。然后由公共点的平面坐标和高程异常采用数值拟合计算方法，拟合出区域的似大地水准面，即可求出各点高程异常值，并由此求出各GPS点的正常高。





# GPS水准

---

## GPS水准包括两方面的内容

1. 采用GPS方法确定大地高
2. 采用其他技术方法确定大地水准面差距或高程异常







# GPS水准

目前，国内外**GPS水准**主要是采用**纯几何的曲面拟合法**，即根据区域内若干公共点上的高程异常值，构造某种曲面逼近似大地水准面，随着所构造的曲面不同，计算方法也不一样。其中，主要的方法有：**平面拟合法、曲面拟合法、多面函数拟合法、样条函数法等。**





# GPS水准（区域似大地水准面精化）

GPS测量可以得到观测点相对于参考椭球的高度，即大地高；而利用几何水准和重力数据可以得出正高或正常高，由大地高减去正高或者正常高便得到观测点的大地水准面高或高程异常，这就是GPS水准的原理。

$$H_{\text{大}}^P = H_{\text{正}}^P + N^P$$

$N$ 为大地水准面差距

$$H_{\text{大}}^P = H_{\text{常}}^P + \zeta^P$$

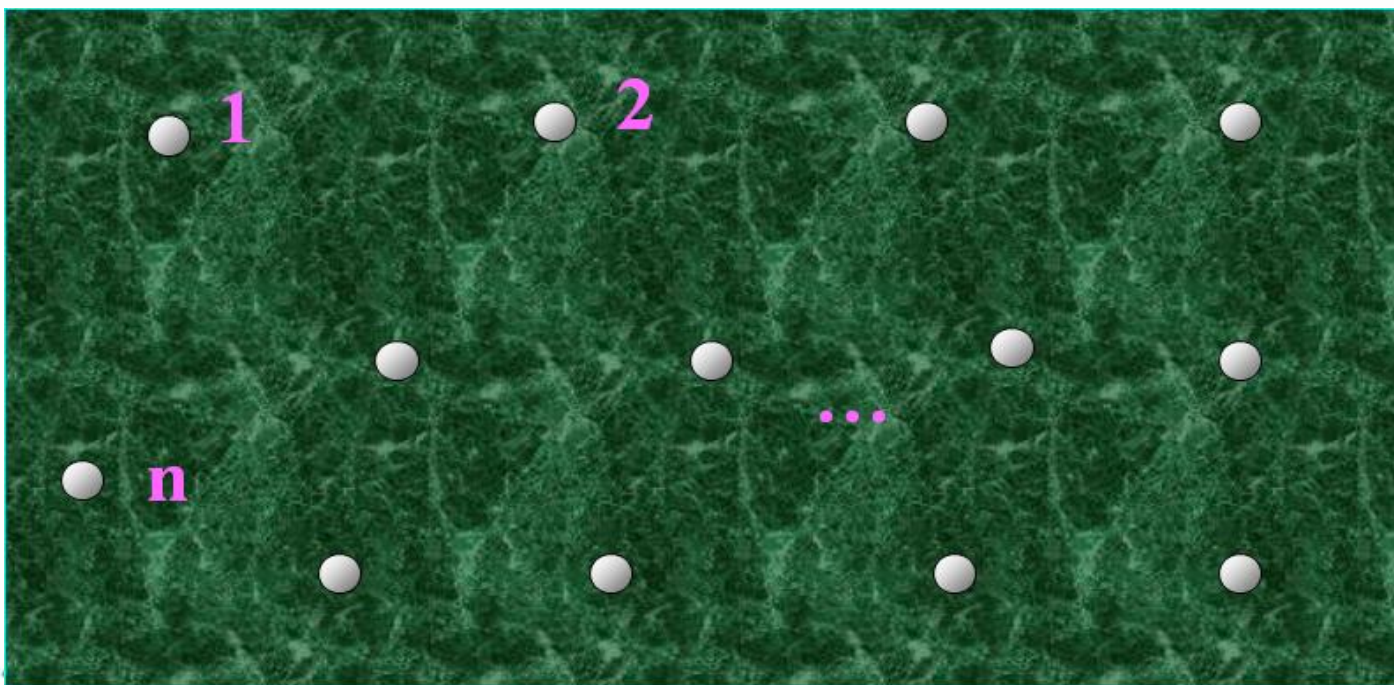
$\zeta$ 为似大地水准面差距（高程异常）





## GPS水准（区域似大地水准面精化）

GPS水准常用于建立范围较小的区域似大地水准面。在区域内布设一定数量和密度的GPS点，同时在这些点上进行水准测量，得到他们的高程异常，对这些高程异常进行拟合即可得到该区域的似大地水准面。



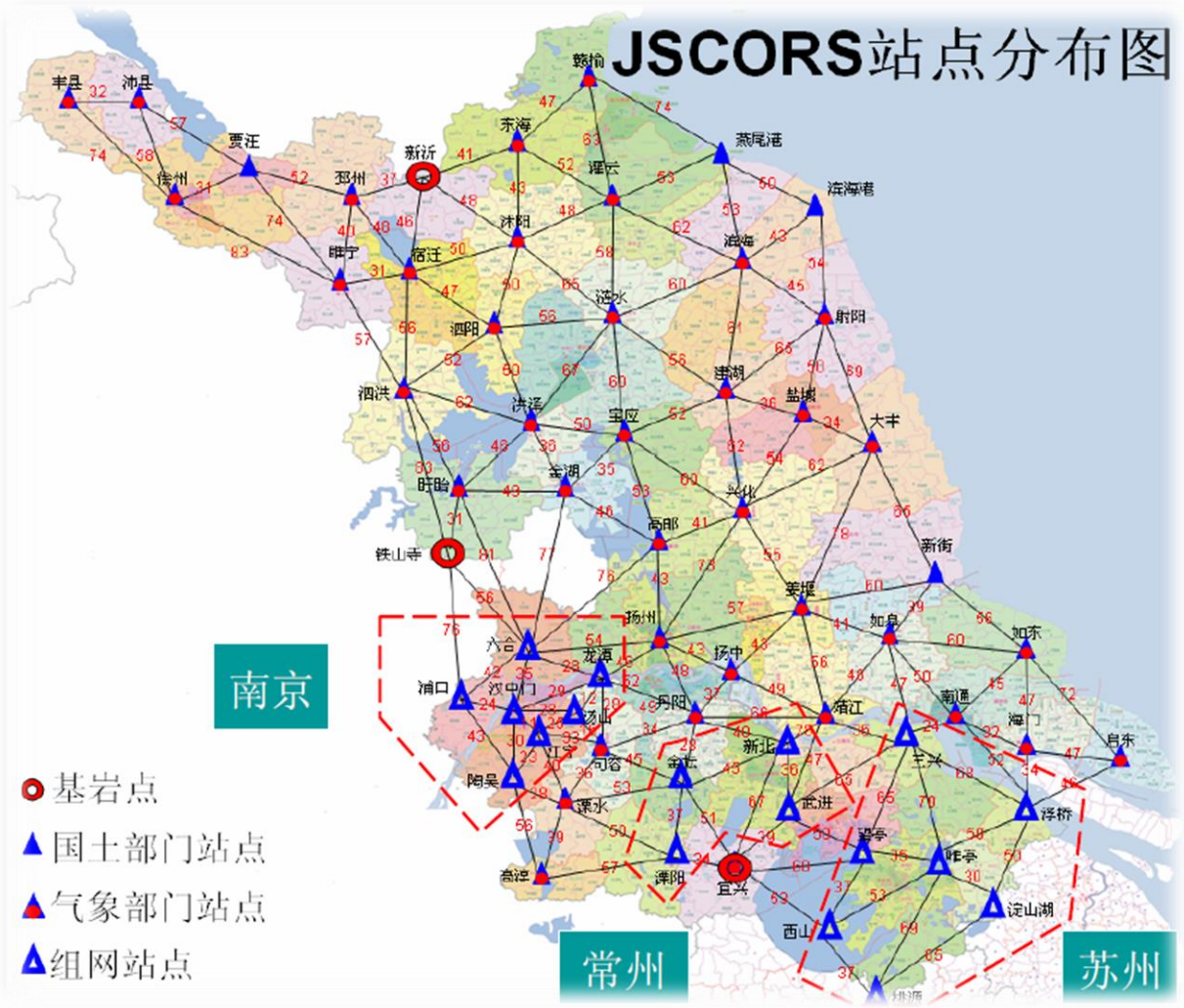
$$\zeta_i = H_{\text{大}}^i - H_{\text{常}}^i, \quad (i=1, \dots, n)$$

$\zeta$ 为似大地水准面差距





# 基于CORS网的GPS水准





## 高精度（厘米级）、高分辨率区域（似）大地水准面精化

正常高与大地高的互相转换必须通过似大地水准面做媒介。在空间大地测量时代，**似大地水准面**比以前显得更加重要，因为GPS测量大地高的精度可以很容易达到**厘米级**，如果配以**厘米级**的似大地水准面，便可得到**厘米级**的正常高。用这种方法代替耗时费力的几何水准，**真正实现GPS定位技术在几何和物理意义上的三维定位功能**，使得**平面控制网和高程控制网分离的传统大地测量模式**成为历史，准实时地得到厘米级的正常高，正在成为大地测量追求的目标之一。

当然，对于某些精密工程测量来说，还是需要高精度的水准测量来进行高程传递。







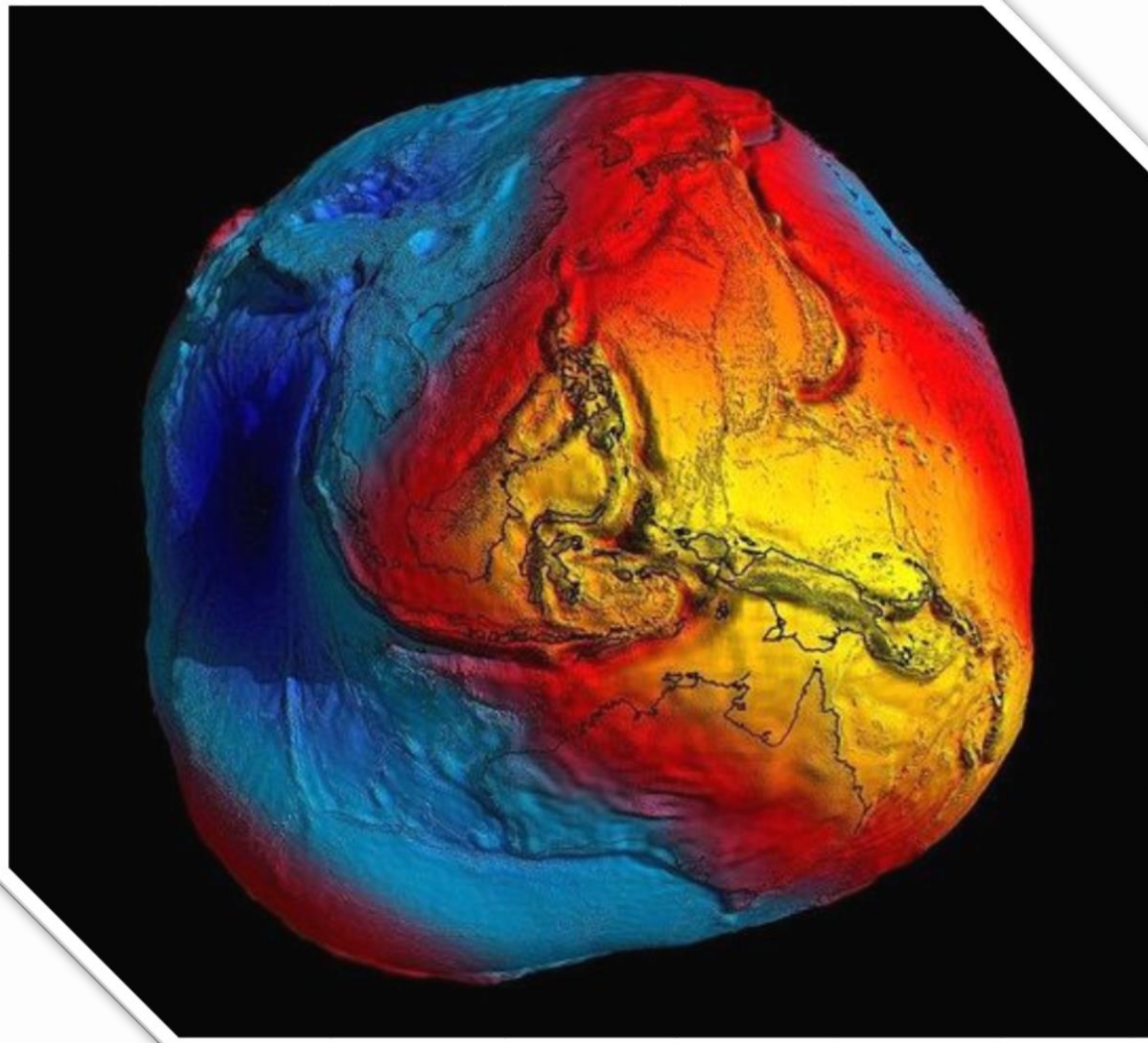
## 大地水准面精化技术

大地水准面是静止海水面并向大陆延伸所形成的不规则的封闭曲面，假想的封闭曲面是一个重力等位面，大地水准面表征了地球的基本几何与物理特征，是大地测量基准，也是海拔高程系统的起算面。大地水准面的形状反映了地球内部物质结构、密度和分布，对海洋学、地震学、地质勘探和石油勘探等相关地球学领域研究和应用具有重要作用，因此，不断精化全球和区域的大地水准面是大地测量的重要内容之一，也是一项重要的基础测绘工作。





## 欧航局GOCE卫星绘制大地水准面图：扭曲变形成“土豆”





## 厘米级大地水准面精化技术

目前，在地形测图和工程测量中都应用**水准高程**，而恰恰在GPS空间定位测量和RTK动态测量中给出的是**大地高**，为此只有在进行大地水准面精化后，求出该处的高程异常，才能将大地高程转化成水准高程。

众所周知，传统的水准测量具有**劳动强度大、工作效率低的缺陷**，随着GPS快速定位技术和动态RTK技术的推广应用，将逐渐取代低等级水准测量，如航测像片高程联测、工程竣工测绘的地面标高、地下管线测量中的管线标高。因此，大地水准面精化在大地测量基准建设、普通地形测绘、地下管线跟踪测绘和军事建设中，有着极其重要的作用和明显的社会效益。





## 大地水准面精化成果的应用

大地水准面精化的最终成果提供一个区域范围内的高程异常改正插值软件。无论在GPS静态测量还是GPS动态测量过程中获取的大地高，并从高程异常改正插值软件中获得该点的高程异常，便可以求得正常高（水准高）。  $H_r = H - \zeta$

目前，大地水准面精化的精度受GPS空间定位精度的制约，特别是高程精度的制约，大地高的测定精度决定了大地水准面精化的拟合精度；同时大地水准面精化的拟合精度还与水准联测的精度，拟合点的数量、重力场分辨率等因素密切相关。







# 习题与思考题 (1)

- 重力位有何性质？大地水准面是如何定义的？水准面的不平行性给测量带来什么困难？
- 大地测量有哪些高程系统？简述各自优缺点。
- 确定大地水准面的形状实际上是确定什么？
- 根据重力等位面的性质，简述水准测量产生多值性的原因。
- 正常高与正高有何关系？为什么说在海洋上两者相等？
- 什么是水准测量的理论闭合差？水准测量的观测高差一般要加入哪些改正？







## 习题与思考题 (2)

---

- 试绘图表示地面一点的正高、正常高、大地高以及它们之间的关系，给出关系式，并说明各项的意义。
  - 什么是高程的基准面和水准原点？水准原点的起算高程如何确定？
  - 我国采用过哪几种国家高程基准？这些高程基准是如何建立起来的？
  - 何谓垂线偏差？测定大地水准面差距的主要方法有哪些？
  - 确定地球形状的基本方法有哪些？
- 





---

**第五章讲解结束，谢谢！**

